

التحليل الإحصائي لعملية التجديد وتطبيقاتها على محطة كهرباء الموصل الغازية  
Statistical Analysis of the Renewal Process and its Application in the Power Station  
Mosul gas

منى احمد رمضان

[Moony.manawy@gmail.com](mailto:Moony.manawy@gmail.com)

أ.م.د. مثنى صبحي سليمان

[Muthanna\\_ha@yahoo.com](mailto:Muthanna_ha@yahoo.com)

قسم الإحصاء والمعلوماتية/ كلية علوم الحاسوب والرياضيات/ جامعة الموصل

#### المستخلص

تعدّ عملية التجديد من العمليات التصادفية المهمة والمفيدة في دراسة الأنظمة القابلة للتدهور ( *Systems Deteriorating* )، وتظهر عملية التجديد عادة في الأنظمة القابلة للتصليح أو الإدامة، فتعود إلى حالتها الطبيعية أو الاعتيادية قبل العطل، أو تعود كما لو كانت جديدة عندما تكون سياسة الصيانة هي التبديل ويهدف البحث إلى إجراء تحليل إحصائي لعملية التجديد بشيء من التفصيل، وتقدير العدد المتوقع للحوادث من خلال تقدير دالة التجديد بطرائق مختلفة وباستخدام توزيعات احتمالية شائعة في دراسة اختبارات الحياة. كما يهدف البحث إلى إجراء تطبيق واقعي على محطة كهرباء الموصل الغازية ( إنتاج الشمال في محافظة نينوى )، وكان الهدف من التطبيق هو تقدير عدد ساعات التشغيل بين توقفين لكل وحده من الوحدات قيد الدراسة للوصول إلى دالة يمكن من خلالها معرفة العدد المتوقع لعطلات الوحدات خلال الفترة قيد الدراسة، فضلاً عن المقارنة بين طرائق التقدير المختلفة. وقد تم التوصل إلى مجموعة من الاستنتاجات النظرية المهمة لعملية التجديد من خلال استخدام توزيعات احتمالية مختلفة، فضلاً عن الاستنتاجات الخاصة بتقدير دالة التجديد لوحدات محطة كهرباء الموصل الغازية.

#### Abstract

The renewal process is an important topic and useful stochastic processes in studying systems deteriorating. The renewal process was commonly studied in the repairable or sustainable systems, which the system before failed would be as good as new, or back as if they were new when the replaced policy use in maintenance. The aim of this research is to study the statistical analysis of the renewal process with some details, and estimate the rate of the occurrence of events by estimating the renewal function in different methods, and using common probability distributions in life tests. The research also includes real application about the Mosul gas power station (North production in the Nineveh province), and the objective of the application is to estimate the rate of the occurrence of failures for each of the units being studied to get a function can be used to know the expected number of units breaks during the period under study, as well as a comparison of different methods of estimation the renewal process. A number of important theoretical conclusions of the renewal process has been reached through the use of various probability distributions, as well as own conclusions by estimating the renewal function for gas Mosul power station units.

## 1- مقدمة: Introduction

تعدّ عملية التجديد (*Renewal Process*) من العمليات التصادفية المهمة والمفيدة في دراسة الأنظمة القابلة للتدهور (*Systems Deteriorating*)، وتظهر عملية التجديد عادة في الأنظمة القابلة للتصليح أو الإدامة، فتعود إلى حالتها الطبيعية أو الاعتيادية قبل العطل، أو تعود كما لو كانت جديدة عندما تكون سياسة الصيانة هي التبديل. كما تعد من الأدوات المفيدة للأنظمة القابلة للتصليح في حل مشاكل الصيانة (*Maintenance Problems*)، فضلاً عن امتلاكها عدة استخدامات، كتحديد سياسة الاستبدال المثلى وتحديد السياسة المثلى لتصليح النظام (*The Optimal Inspection Repair Replacement Policy*)، كما تمثل أداة رئيسة في تحليل البيانات ذات الاتجاه الرتيب (*Monotone Trend*) [Chen et al., 2010].

وتعرّف عملية التجديد على أنها تلك العملية التصادفية التي تتضمن المتغيرات العشوائية  $\{X(t)\}$  بحيث تكون مستقلة عن بعضها البعض ولها توزيعات متماثلة (*i. i. d*)، ومن خواص عمليات التجديد هو أن المتغيرات العشوائية  $\{X(t)\}$  تمثل الفترات البينية بين حدوث الحوادث (*Time Between Failure*) أي الزمن لغاية حدوث العطل [فراس، 2012].

إن عملية التجديد  $\{N(t); t \geq 0\}$  هي عبارة عن عملية تصادفية لأوقات الوصول أو عملية الوصول (*Interarrival Process*) عندما تكون الفترات البينية  $\{X(t)\}$  موجبة ومستقلة وذات متغيرات عشوائية تتبع توزيع متماثل. كما أن عملية التجديد يمكن تحديدها بثلاث طرائق رئيسة، الأولى بواسطة التوزيعات المشتركة لفترات الوصول، والثانية بواسطة التوزيعات المشتركة للفترات البينية، أما الثالثة فمن خلال استخدام التوزيعات المشتركة لعملية العد، إذ إن العملية  $\{N(t)\}$  في هذه الحالة تمثل عدد مرات الوصول في الفترة الزمنية  $(0, t]$ . [Gallager, 1996].

## 2- دالة التجديد: Renewal Function

إن لعملية التجديد دالة تسمى دالة التجديد، وتكون هذه الدالة مفيدة لاستخلاص كمية من الفوائد المرتبطة بعملية التجديد بوصفها دالة بدلالة الزمن، ويمكن التعبير عنها بنموذج تكراري من خلال معادلة تكاملية.

إذا كانت العملية  $\{X_n; n = 1, 2, \dots\}$  متسلسلة من المتغيرات العشوائية غير السالبة مستقلة ومتماثلة التوزيع (*i. i. d*) وتشير إلى أوقات الوصول البينية بين الحادثتين  $(n-1)^{th}$  و  $n^{th}$ ، وكانت كل المتغيرات لها دالة التوزيع  $F$ ، فإن دالة التجديد تمثل العدد المتوقع للحوادث التي حدثت بالفترة الزمنية  $t$ ، في حين إذا كانت العملية  $\{X_n; n = 1, 2, \dots\}$  تمثل وقت التشغيل بعد التصليح  $(n-1)^{th}$ ، فإن دالة التجديد تمثل العدد المتوقع لحالات الفشل في الفترة الزمنية  $t$ . [Lam, 2007].

وعليه فإنه يمكن تعريف دالة التجديد  $H(t)$  على أنها عبارة عن العدد المتوقع للحوادث التي تحدث خلال الفترة الزمنية  $(0, t]$  أي أن:

$$H(t) = E[N(t)] \quad \dots (1)$$

وعليه فإن العدد المتوقع للحوادث التي تحدث خلال الفترة الزمنية  $(0, t]$  هو:

$$H(t) = E[N(t)] = \sum_{n=0}^{\infty} nP\{N(t) = n\} \quad \dots (2)$$

إذ إن  $H(t)$  هي دالة التجديد. وعليه فإن دالة التجديد تكون بالصيغة الآتية:

$$H(t) = F(t) + \int_0^t H(t-x)dF(x) \dots (3)$$

$$= F(t) + \int_0^t H(t-x)f(x)dx \dots (4)$$

### 3- طرائق تقدير دالة التجديد:

مما تقدم تم ملاحظة أن لعملية التجديد دالة تسمى دالة التجديد  $H(t)$ ، وهناك طريقتان لتقدير هذه الدالة هما:

#### أ- الطريقة المباشرة *Direct Method*:

يمكن اشتقاق معادلة دالة التجديد بالطريقة المباشرة من خلال المعادلة (1)، إذ إن دالة التجديد  $H(t)$  هي عبارة عن العدد المتوقع للحوادث التي تحدث خلال الفترة الزمنية  $(0, t]$ . أي أن: [Matloff, 2006]

$$H(t) = E[N(t)]$$

وهي كمية معروفة يمكن تقديرها بدالة مشروطة بالمتغير  $X_1$  الذي يمثل وقت التجديد الأول للعملية، وكما يأتي:

$$H(t) = \int_0^{\infty} E[N(t)|X_1 = x] dF(x) \dots (5)$$

إن المعادلة التكاملية (5) يمكن تقديرها على أساس أن التجديد الأول يحدث بعد الزمن  $t$  أو أن التجديد الأول يحدث قبل الزمن  $t$ . فالحالة الأولى يمكن التعبير عنها بالصيغة الآتية:

$$E[N(t)|X_1 = x > t] = 0, x > t \dots (6)$$

أي لا توجد أية عملية تجديد ملاحظة قبل الزمن  $t$ . أما الحالة الثانية فيمكن التعبير عنها بالصيغة:

$$E[N(t)|X_1 = x \in [0, t]] = 1 + H(t - x), x \leq t \dots (7)$$

أي أن التجديد الأول يحدث عند الزمن  $t$ ، ومن تعريف دالة التجديد فإن العدد المتوقع للتجديدات بين الوقت  $x$  والزمن  $t$  يكون  $H(t - x)$ ، وعليه فإن معادلة دالة التجديد ستكون بالصيغة الآتية:

$$\begin{aligned} H(t) &= \int_0^t [1 + H(t - x)] dF(x) = \int_0^t dF(x) + \int_0^t H(t - x) dF(x) \\ &= F(x) + \int_0^t H(t - x) dF(x) \dots (8) \end{aligned}$$

#### ب- طريقة تحويل لابلاس *Laplace Transform Method*:

إذا كانت العملية التصادفية  $\{X_n, n = 1, 2, \dots\}$  تمثل عملية تجديد، وكانت  $H(t)$  تمثل دالة التجديد للعملية، وأن دالة الكثافة الاحتمالية لمتغير وقت التجديد الأول  $X_1$  للعملية هو  $f(x)$ ، فإن تحويل لابلاس لدالة التجديد  $H(t)$  هو [Krivtsov and Yevkin, 2010]:

$$H^*(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} H(t) dt \dots (9)$$

أما تحويل لابلاس لدالة الكثافة الاحتمالية لمتغير وقت التجديد الأول  $f(x)$  سوف يكون بالصيغة الآتية:

$$f^*(s) = \int_0^{\infty} e^{-sx} f(x) dx \dots (10)$$

وعليه فإن العدد المتوقع للحوادث التي تحدث في الفترة الزمنية  $(0, t]$  سيكون بالشكل الآتي:

$$\begin{aligned} H(t) &= E[N(t)] \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} P[N(t) \geq n] \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} P(S_n \leq t) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} F_n(t) \dots (11) \end{aligned}$$

إذ إن  $F_n(t)$  تمثل الدالة التراكمية (التوزيعية) للمتغير  $S_n$ .

وإذا كانت  $h(t)$  تمثل المشتقة الأولى لدالة التجديد  $H(t)$  ، أي أن:

$$h(t) = \frac{\partial H(t)}{\partial t} \dots (12)$$

وعليه فإن  $h(t)$  تمثل دالة الكثافة الاحتمالية لعملية التجديد، وتساوي:

$$h(t) = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(t) \dots (13)$$

إذ إن  $f_n$  هي دالة الكثافة الاحتمالية للدالة التوزيعية  $F_n$ . ويلاحظ أن  $f_n(t) dt$  يمكن أن تفسرها كاحتمالية حدوث  $n^{th}$  من التجديدات التي تحدث في الفترة الزمنية  $(t, t + dt)$ .

ومن خلال ضرب طرفي المعادلة (13) بالمقدار  $e^{-st}$ ، وتكاملها بحدود  $(0, \infty)$  يتم الحصول على الصيغة الجديدة الآتية:

$$\int_0^{\infty} e^{-st} h(t) dt = \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\infty} e^{-st} f_n(t) dt \dots (14)$$

وبما أن تحويل لابلاس للدالة  $h(t)$  هو:  $h^*(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} h(t) dt$

$$f_n^*(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f_n(t) dt = [f^*(s)]^n$$

وعليه فإن الصيغة (14) تكون على الشكل الآتي:

$$h^*(s) = \sum_{n=1}^{\infty} [f^*(s)]^n = \{f^*(s) + [f^*(s)]^2 + \dots\} = \frac{f^*(s)}{[1-f^*(s)]} \dots (15)$$

وكذلك فإن تحويل لابلاس لدالة التجديد  $H(t)$  هو:

$$H^*(s) = \frac{1}{s} h^*(s) = \frac{1}{s} \left[ \frac{f^*(s)}{1-f^*(s)} \right] = \frac{sF^*(s)}{s-s^2F^*(s)} \dots (16)$$

وذلك لان معكوس لابلاس للدالة  $F$  هو:

$$F^*(s) = \frac{f^*(s)}{s} \Rightarrow f^*(s) = sF^*(s)$$

وعليه فإن:

$$F_n^*(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} F_n(t) dt = \frac{[f^*(s)]^n}{s} = [F^*(s)]^n \dots (17)$$

ونتيجة لذلك يلاحظ أن هناك تطابق *one-to-one* بين دال التوزيع المشتركة  $F$  ودالة التجديد  $H$ ، ويمكن التعبير عن  $f^*$  بالدالة  $H^*$ ، وكذلك العكس بالعكس، أي أن:

$$sF^*(s) = f^*(s) = \frac{sH^*(s)}{1+sH^*(s)} \dots (18)$$

من ناحية أخرى، يمكن حساب دالة تجديد  $H(t)$  عددياً بأخذ معكوس لابلاس بشرط أنه يمكن تقدير تحويل لابلاس من  $F$ ، أي أن  $F^*(s) = \frac{f^*(s)}{s}$ . ويمكن أيضاً الحصول على تعبير لتحويل لابلاس  $H^*$  من معادلة التجديد  $H(t)$  ومن المعادلة (16) كما يأتي:

$$H^*(s) = \frac{f^*(s)}{s} [1 + sH^*(s)]$$

$$= \frac{f^*(s)}{s} + H^*(s) f^*(s) \dots (19)$$

$$= F^*(s) + sH^*(s) F^*(s) \dots (20)$$

وذلك لان  $f^*(s) = sF^*(s)$ ، وبما أن:

$$H^*(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} H(t) dt$$

$$F^*(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} F(t) dt$$

وعليه فإن المعادلة (20) تصبح بالشكل الآتي:

$$H^*(s) = F^*(s) + \int_0^{\infty} e^{-st} \int_0^t H(t-x) f(x) dx$$

$$H^*(s) = F^*(s) + \int_0^{\infty} e^{-st} \int_0^t H(t-x) dF(x) \dots (21)$$

ولو تم افتراض أن:  $u = t - x \Rightarrow t = u + x$

وعليه فإن الحد الثاني في المعادلة (21) سيكون بالشكل الآتي:

$$\int_0^{\infty} e^{-st} \int_0^t H(t-x) dF(x) = \int_0^{\infty} du \int_0^{\infty} dF(x) e^{-s(u+x)} H(u)$$

$$= \left[ \int_0^{\infty} e^{-su} H(u) du \right] \left[ \int_0^{\infty} e^{-sx} dF(x) \right]$$

$$= H^*(s) \left[ (e^{-sx} F(x)) \Big|_0^{\infty} - \int_0^{\infty} -s e^{-sx} F(x) dx \right]$$

$$= s H^*(s) F^*(s)$$

وعليه فإن المعادلة (21) ستكون بالشكل الآتي:

$$H^*(s) = F^*(s) + s H^*(s) F^*(s) \dots (22)$$

وبأخذ معكوس لابلاس للصيغة (22) يتم الحصول على:

$$H(t) = F(t) + \int_0^t H(t-x) dF(x) \dots (23)$$

والتي تمثل معادلة دالة التجديد.

#### 4- خصائص عملية التجديد *Properties of Renewal Process*:

يمكن إجمال أهم خصائص عملية التجديد بالنقاط الآتية: [Braun et al., 2008]

(أ) عملية التجديد هي حالة خاصة من العملية نقطية (Point Process).

(ب) إذا كانت  $N(t)$  هي عدد الحوادث التي تحدث في الفترة الزمنية  $(0, t)$ ، وأن الفترات البينية بين حدوث

الحوادث  $X_1, X_2, \dots$  هي سلسلة متغيرة عشوائية

المستقلة والمتماثلة التوزيع، فإن العملية  $N(t)$  تدعى عملية تجديد مستمرة

(Renewal Continuous Process).

(ج) تعد عملية التجديد عملية تصادفية غير ماركوفية مالم تتوزع  $X_i$  توزيعاً أسياً.

(د) إذا كانت  $P[X_i = 0] = 0$ ، فإن  $N(t)$  تمثل عدد الحوادث التي تحدث في الفترة الزمنية  $(0, t)$ ، إذ

أن  $\{X_n; n = 1, 2, \dots\}$  هي سلسلة من المتغيرات العشوائية المستقلة والمتماثلة التوزيع في عملية التجديد.

(هـ) إذا كانت:

$$S = \sum_{i=1}^{\infty} X_i, \quad S_n = \sum_{i=1}^n X_i$$

فإن توقع  $S_n$  يقترب من توقع  $S$  عندما  $n \rightarrow \infty$  أي أن:

$$E(S) = \lim_{n \rightarrow \infty} E(S_n)$$

(و) تعد دالة التجديد دالة وحيدة في عملية التجديد، وطالما أن دالة التجديد تُحدد بشكل وحيد في عملية التجديد، لذا يمكن إيجاد العزم الثاني لعملية التجديد بدلالة دالة التجديد  $H(t)$  من المعادلة التكاملية الآتية:

$$E\{N^2(t)\} = H(t) + 2 \int_0^{\infty} H(t-x) dF(x)$$

(ز) يمكن تطبيق مبرهنة الغاية المركزية (*Central Limit Theorem*) في عملية التجديد تحت شروط معينة [Braun et al., 2005].

(ح) إن عدد الحوادث  $N(t)$  التي تحدث في الفترة  $(0, t]$  والتي تتبع عملية التجديد عادةً ما تنمو بشكل خطي مع الزمن (*Linear in Time*).

(ط) إن عدد الحوادث  $N(t)$  تمثل عدد الحوادث التي تحدث بالفترة الزمنية  $t$  وهي قيمة صحيحة وأكبر أو تساوي من الصفر، أي أن  $(N(t) \geq 0)$ ، وكذلك فإن:

$$S_{N(t)} \leq t < S_{N(t)+1}$$

#### 5- معلمات عملية التجديد *The Parameters of Renewal Process*:

إذا كانت العملية التصادفية  $\{X_n; n = 1, 2, \dots\}$  عملية تجديد وتمثل متتابعة من المتغيرات العشوائية المستقلة والمتماثلة التوزيع (*i. i. d*)، فإن دالة التجديد تمتلك معلمتين رئيسيتين هما المعلمة  $(\mu)$  والمعلمة  $(\sigma^2)$ ، ومقدرات هاتين المعلمتين باستخدام طريقة العزوم على التوالي هما: [lam, 2007]

$$\hat{\mu} = \bar{X} \dots (24)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \dots (25)$$

#### 6- تقدير دالة التجديد *Estimation of Renewal Function*:

معظم الدراسات اعتمدت على المقدرات اللامعلمية في تقدير دالة التجديد معتمدة على البيانات الحقيقية لعملية التجديد للوصول لمقدر تقريبي لهذه الدالة. [Frees, 1986] فقد اقترح الباحث [Feller, 1968] طريقة لامعلمية لتقدير دالة التجديد  $H(t)$  وذلك من خلال استخدام تحويل لابلاس (*Laplace Transform*)، فمن المعادلة (16) يمكن الحصول على الصيغة الآتية:

$$H^*(s) = \frac{f^*(s)}{s[1-f^*(s)]} \dots (26)$$

إذ إن الدالة  $H^*(s)$  تمثل تحويل لابلاس لدالة التجديد  $H(t)$ ، وكذلك  $f^*(s)$  تمثل تحويل لابلاس للدالة  $f(x)$ . فإذا كانت العملية التصادفية  $\{X_n, n = 0, 1, 2, \dots\}$  تمثل عملية تجديد وإن دالة الكثافة الاحتمالية للمتغير  $X_1$  هي  $f(x)$ ، وكان المعدل والتباين للمتغير  $X_1$  هما:

$$E[X_1] = \mu, \quad Var[X_1] = \sigma^2$$

وكذلك فإن:

$$E[X_1^2] = var[X_1] + E[X_1]^2 = \sigma^2 + \mu^2$$

وعليه فإن تحويل لابلاس للدالة  $f(x)$  سيكون بالشكل الآتي:

$$f^*(s) = E[e^{-sX_1}]$$

$$\begin{aligned}
 &= E[1 - sX_1 + \frac{1}{2}(sX_1)^2 - \dots] \\
 &= 1 - sE[X_1] + \frac{1}{2}s^2E[X_1^2] + E[\dots] \\
 &= 1 - s\mu + \frac{s^2}{2}(\sigma^2 + \mu^2) + O(s^3)\dots (27)
 \end{aligned}$$

إذ أن الرمز  $O$  هي دالة بدلالة  $t$  التي تمثل الفترات البينية بين حدوث الحادثتين  $(n-1)^{th}$  و  $n^{th}$  ومن خلال تعويض (27) في (26) يتم الحصول على:

$$\begin{aligned}
 H^*(s) &= \frac{1 - s\mu + s^2(\sigma^2 + \mu^2)/2 + O(s^3)}{s[s\mu - s^2(\sigma^2 + \mu^2)/2 + O(s^3)]} \\
 &= \frac{1}{\mu s^2} [1 - s\mu + \frac{s^2(\sigma^2 + \mu^2)}{2} + O(s^3)][1 + \frac{\sigma^2 + \mu^2}{2}s + O(s^2)] \\
 &= \frac{1}{\mu s^2} + \frac{\sigma^2 - \mu^2}{2\mu^2 s} + O(1) \dots (28)
 \end{aligned}$$

ويأخذ المعكوس لدالة لابلاس للصيغة (28) يتم الحصول على دالة التجديد  $H(t)$ ، كما يأتي:

$$\hat{H}(t) = \frac{t}{\mu} + \frac{\sigma^2 - \mu^2}{2\mu^2} + O(1) \dots (29)$$

#### 7- تقدير دالة التجديد لبعض التوزيعات الاحتمالية:

تعد الصيغة (29) مقدر لدالة التجديد باستخدام الطريقة اللامعلمية، وبالاعتماد على هذا المقدر يمكن تقدير دالة التجديد

باستخدام بعض أهم التوزيعات الشائعة في اختبارات الحياة، وكما يأتي:

(أ) دالة التجديد عندما  $X$  يتوزع توزيعاً أسياً تكون بالصيغة الآتية:

$$\hat{H}(t) = \frac{t}{\lambda} + O(1) \dots (30)$$

(ب) دالة التجديد عندما  $X$  يتوزع توزيع وايبل تكون بالصيغة الآتية:

$$\hat{H}(t) = \frac{t\beta^{1/\alpha}}{\Gamma(1+\frac{1}{\alpha})} + \frac{\Gamma(1+\frac{2}{\alpha})}{2[\Gamma(1+\frac{1}{\alpha})]^2} - (1) + O(1) \dots (31)$$

دالة التجديد عندما  $X$  يتوزع

(ج)

توزيع كما تكون بالصيغة الآتية:

$$\hat{H}(t) = \frac{\beta t}{\alpha} - \frac{1-\alpha}{2\alpha} + O(1) \dots (32)$$

(د) دالة التجديد عندما  $X$  يتوزع توزيعاً لوغاريتمياً طبيعياً تكون بالصيغة الآتية:

$$\hat{H}(t) = \frac{t}{\mu} + \frac{\exp(\tau^2)-2}{2} + O(1) \dots (33)$$

#### 8- طريقة مقترحة لحل معادلة دالة التجديد باستخدام طرائق عددية:

##### **Proposed Method to Solve Renewal Function Equation Using Numerical Methods:**

تعد الطرائق العددية في حل المعادلات من الطرائق المهمة في التقدير كونها طريقة تعتمد على الطرائق التكرارية في

الحل، كما إن هذه الطرائق يمكن أن تستخدم قاعدة شبه المنحرف للتكامل وتعطي نتائج نوعاً ما قريبة من الواقع.

لقد جاءتنا فكرة حل معادلة التجديد باستخدام الطريقة العددية من الباحث [Lam, 2007] والذي استخدم هذه الطريقة لحل

المعادلة الهندسية في العملية الهندسية (Geometric Process)، كون أن العملية الهندسية لها معادلة تكاملية هندسية

مشابهة تقريباً من المعادلة التكاملية لعملية التجديد. وقد تم اقتراح الخوارزمية الآتية لحل معادلة دالة التجديد باستخدام الطرائق العددية:

1. تقسيم الفترة الزمنية  $[0, T]$  الى فترات ثانوية عددها  $N$  مع طول يساوي  $u = \frac{T}{N}$ .
  2. إيجاد قيم  $F(T_i)$  و  $f(T_i)$  من قيم  $F$  و  $f$  عند العقد  $T_i = i * u$  لكل  $i = 1, 2, \dots, N$ .
  3. فرض أن  $Y_0 = 0$ .
  4. حساب قيم  $Y_i$  لكل  $i = 1, 2, \dots, N$  بشكل تكراري ومن المعادلة الآتية:
- $$Y_i = F(T_i) + u \sum_{k=1}^{i-1} Y_k f(T_i - t_k) \quad , \quad i = 1, 2, \dots, n \dots (34)$$
- إذ إن قيم  $Y_i$  تمثل الحل العددي لمعادلة دالة التجديد.

وموضح في أدناه خطوات اشتقاق معادلة الحل العددي المقترحة لدالة التجديد الموضحة في المعادلة (34)، فمن خلال إعادة كتابة المعادلة (8) كما يأتي:

$$Y(t) = F(t) + \int_0^t Y(s) f(x) dx \dots (35)$$

إذ إن  $x$  يمثل تحويل خطي، أي أن:

$$s = t - x \quad \rightarrow \quad x = t - s$$

وباشتقاق قيمه  $x$  بالنسبة لـ  $s$  يتم الحصول على:

$$\frac{\partial x}{\partial s} = -1 \quad \rightarrow \quad \partial x = -\partial s$$

وان دالة  $x$  هي:

$$f(x) = f(t - s)$$

أما بالنسبة لحدود التكامل عندما:  $x = 0 \Rightarrow s = t$  ، وكذلك عندما:  $x = t \Rightarrow s = 0$

وعند التعويض عن قيمة  $dx$  و  $f(x)$  في المعادلة (35) يتم الحصول على الصيغة الآتية:

$$Y(t) = F(t) - \int_t^0 Y(s) f(t - s) ds \dots (36)$$

ويقلب حدود التكامل يتم الحصول على:

$$Y(t) = F(t) + \int_0^t Y(s) f(t - s) ds \dots (37)$$

وعلى فرض أن  $t \in [0, T]$  وان  $f(0) = 0$ ، ويتقسيم الفترة  $[0, T]$  الى فترات ثانوية بالنقاط  $T_i = i * u$  لكل  $i = 0, 1, \dots, N$  مع طول الفترة  $u = \frac{T}{N}$ ، وعندما  $t = T_i$  فمن المعادلة (37) يتم الحصول على:

$$\begin{aligned} Y(T_i) &= F(T_i) + \int_0^{T_i} Y(s) f(T_i - s) ds \\ &= F(T_i) + \int_0^{T_j} Y(s) f(T_i - s) ds + \int_{T_j}^{T_i} Y(s) f(T_i - s) ds \\ &= F(T_i) + I_1 + I_2 \dots (38) \end{aligned}$$



ويمكن إيجاد كل من المقدارين  $I_1$  أو  $I_2$  في المعادلة (38) كما يأتي:

$$I_1 = \int_0^{T_j} Y(s) f(T_i - s) ds \dots (39)$$

$$I_2 = \int_{T_j}^{T_i} Y(s) f(T_i - s) ds \dots (40)$$

وعلى فرض أن:

$$g(s) = Y(s) f(T_i - s) \dots (41)$$

إذ إن:

$$I_1 = \int_0^{T_j} g(s) ds \\ = T_1(g) + E_1(g) \dots (42)$$

وباستخدام قاعدة شبه المنحرف للتكامل:

$$\int_a^b f(x) dx \cong \frac{u}{2} [x_1 + 2x_2 + \dots + 2y_n + y_{n+1}] \dots (43)$$

وتطبيق المعادلة (43) على  $T_1(g)$  يتم الحصول على:

$$T_1(g) = \frac{u}{2} g(T_0) + u \sum_{k=1}^{j-1} g(T_k) + \frac{u}{2} g(T_j) \dots (44)$$

ومن خلال التعويض عن قيمة  $g(s)$  في المعادلة (44) يتم الحصول على:

$$T_1(g) = \frac{u}{2} Y(T_0) f(T_i - T_0) + u \sum_{k=1}^{j-1} Y(T_k) f(T_i - T_k) + \frac{u}{2} Y(T_j) f(T_i - T_j) \dots (45)$$

ويتعويض المعادلة (45) في المعادلة (42) يتم الحصول على:

$$I_1 = \frac{u}{2} Y(T_0) f(T_i - T_0) + u \sum_{k=1}^{j-1} Y(T_k) f(T_i - T_k) + \frac{u}{2} Y(T_j) f(T_i - T_j) + E_1(g) \dots (46)$$

وبما أن  $Y(T_0) = Y(0) = f(0) = 0$ :

وعليه فإن المعادلة (46) تصبح بالشكل الآتي:

$$I_1 = u \sum_{k=1}^{j-1} Y(T_k) f(T_i - T_k) + \frac{u}{2} Y(T_j) f(T_i - T_j) + E_1(g) \dots (47)$$

إذ أن:  $E_1(g) = I_1 - T_1(g)$

وهو خطأ  $T_1(g)$ ، إذ إن: (الخطأ = القيمة التقريبية - القيمة الحقيقية)

وإن الخطأ من الرتبة الثانية هو:

$$E_1(g) = O(u^2) \dots (48)$$

والخطوات الآتية هي لإيجاد المقدار  $I_2$ :

$$I_2 = \int_{T_j}^{T_i} g(s) ds = T_2(g) + E_2(g) \dots (49)$$

وباستخدام الصيغة الآتية:

$$\int_a^b f(x) dx \cong \frac{b-a}{2} [f(a) + f(b)] \dots (50)$$

وتطبيق المعادلة (50) على  $T_2(g)$  يتم الحصول على:

$$T_2(g) = \frac{T_i - T_j}{2} [Y(T_j) f(T_i - T_j) + Y(T_i) f(T_i - T_i)] \dots (51)$$

وبسبب أن  $f(0) = 0$ ، فإن:

$$T_2(g) = \frac{T_i - T_j}{2} [Y(T_j) f(T_i - T_j)] \dots (52)$$

ومن خلال تعويض المعادلة (52) في (49) يتم الحصول على:

$$I_2 = \frac{T_i - T_j}{2} [Y(T_j)f(T_i - T_j) + E_2(g) \dots (53)$$

$$E_2(g) = I_2 - T_2(g): \text{إذ أن}$$

وهو خطأ  $T_2(g)$ ، وإن الخطأ من الرتبة الثانية هو:

$$E_2(g) = O[(T_i - T_j)^2] = O((iu - ju)^2)O(u^2), \text{ for } |i - j| \leq 1 \dots (54)$$

ومن تعويض المعادلة (47) والمعادلة (53) في المعادلة (38) وعندما  $Y(0) = 0$  يتم الحصول على:

$$Y(T_i) = F(T_i) + u \sum_{k=1}^{j-1} Y(T_k)f(T_i - T_k) + \frac{u}{2} Y(T_j)f(T_i - T_j) + \frac{T_i - T_j}{2} [Y(T_j)f(T_i - T_j) + E_1(g) + E_2(g), i = 1, 2, \dots, N \dots (55)$$

وللحصول على حل عددي في فرض أن  $Y(0) = 0$ ، إذ يمكن أن تكون البداية من  $Y_0 = 0$ ، ويمكن الحصول على حل عددي  $Y_i$  من  $Y(T_i)$  من معادلة (55) من خلال إهمال الأخطاء  $E_1(g), E_2(g)$ ، إذ يمكن تحديد الحل العددي بشكل تكراري من المعادلة الآتية:

$$Y_i = F(T_i) + u \sum_{k=1}^{j-1} Y_k f(T_i - T_k) + \frac{u}{2} Y_j f(T_i - T_j) \frac{T_i - T_j}{2} [Y_j f(T_i - T_j)] \dots (56)$$

وفي حالة  $i = j$  فإن المعادلة (56) تصبح كالآتي:

$$Y_i = F(T_i) + u \sum_{k=1}^{i-1} Y_k f(T_i - t_k), i = 1, 2, \dots, N \dots (57)$$

وبذلك تم الحصول على المعادلة (57) والتي تمثل الحل العددي لمعادلة دالة التجديد والتي سوف يتم من خلالها تحديد قيمة دالة التجديد  $H(t)$ .

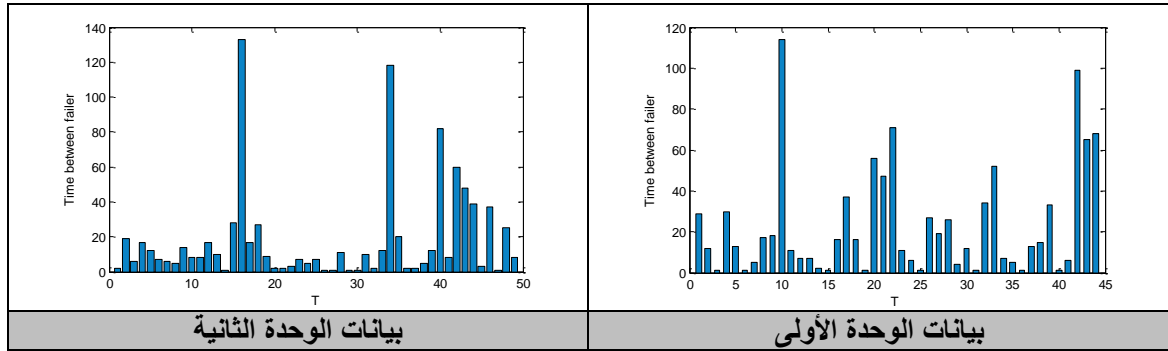
ولغرض المقارنة بين طرائق التقدير تم استخدام خطأ النسبة الأعظم (Maximum Percentage Error) (MPE) الذي يهتم بالتركيب الفردي لمجموعة البيانات ويكون على وفق الصيغة الآتية:

$$MPE = \max_{1 \leq i \leq n} \left\{ \frac{|T_i - \hat{T}_i|}{T_i} \right\}; T_i = \sum_{j=1}^i X_j, \hat{T}_i = \sum_{j=1}^i \hat{X}_j \dots (58)$$

## 9- الجانب التطبيقي :

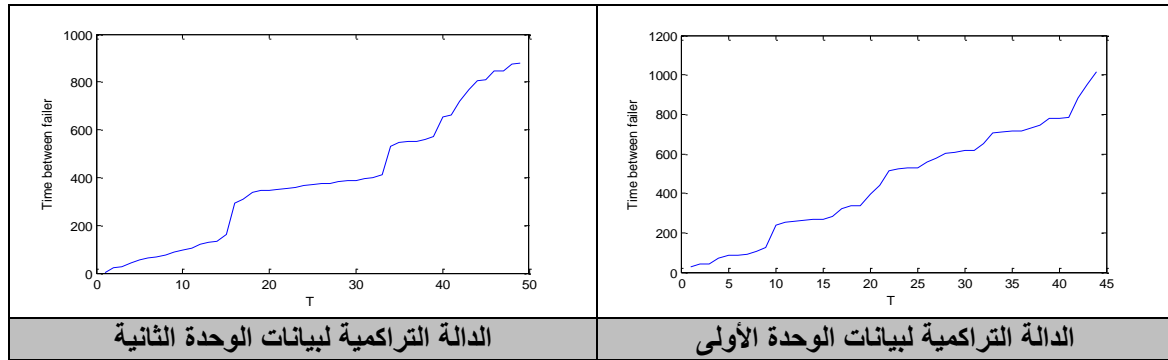
تعد محطة كهرباء الموصل من المحطات الغازية الأساسية لتزويد مدينة الموصل بالطاقة الكهربائية والتي أنشأت عام 1976. وتتألف هذه المحطة من عدة وحدات غازية، وهذه الوحدات ترتبط بشبكة كهربائية لتزويد مدينة الموصل بالطاقة الكهربائية بواقع 14 وحدة غازية نوع (Frame 5) يابانية المنشأ نوع (Hitachi) سعة كل منها (20 MW)، وتعمل على الغاز الطبيعي وزيت الغاز.

وقد تم جمع البيانات منوحدتين فقط منالدائرة أعلاه وللفترة الزمنية منذ بداية عام 2010 ولغاية نهاية عام 2013، والبيانات التي تم جمعها تمثل فترات التشغيل بين توقفين (أوقات التوقف) بشكل سلسلة زمنية يومية، وكما موضحة فيالرسومات الآتية:



الشكل (1): الرسم الزمني لبيانات وحدتي محطة كهرباء الموصل الغازية.

يلاحظ من الشكل (1) عشوائية البيانات في الوحدتين كونهما غير منتزمتين خلال الفترة الزمنية قيد الدراسة. أما الدالة التراكمية لتلك الوحدتين فتبين الأشكال التراكمية لبيانات الوحدتين قيد الدراسة واللذان توضحان سلوك العمليتان التي تبدوان في زيادة بشكل رتيب مع الزمن، وكما فيالشكلينالآتيين:



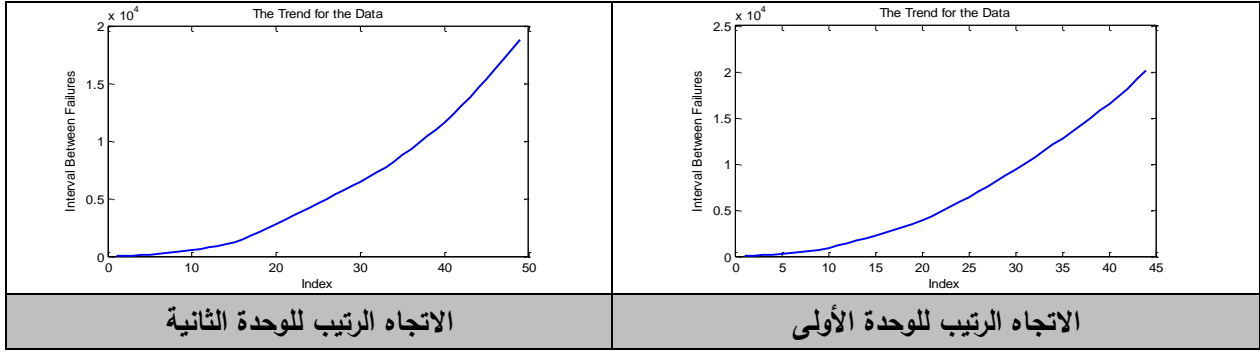
الشكل(2): الأشكال التراكمية لبيانات وحدتي محطة كهرباء الموصل الغازية.

### 9-1 اختبار الاتجاه الرتيب للبيانات:

إنَّ الإجراء الأول في تحليل العملية التصادفية لبيانات وحدتي محطة كهرباء الموصل الغازية قيد الدراسة هو اختبار فيما إذا كانت العمليتان قيد الدراسة ملائمة لعملية التجديد أم لا، ولإجراء ذلك يجب أولاً اختبار الاتجاه الرتيب للبيانات ذوات الاتجاه الرتيب، ويقصد باختبارالاتجاه الرتيب للبيانات في عملية التجديد هو اختبار الاتجاه العام الرتيب *trend analysis monotone test* للبيانات. ويتم هذا الاختبار في مجموعة البيانات باستخدام عدة تقنيات، منها:

#### أ- تقنية الرسم: *Graphical Technique*

إن هذا الاختبار يُعدّ أول عملية في التحليل الإحصائي للبيانات ذوات الاتجاه الرتيب، ولإجراء هذا الاختبار يتم رسمالعدد المتراكم لأوقات التشغيل بين توقفين المسجلة من كل وحدة على حده ضمن الفترة الزمنية قيد الدراسة لبيانات محطة كهرباء الموصل الغازية مع الزمن التراكمي وذلك للوصول إلى تصور حدسي عن طبيعة الاتجاه العام للبيانات، وقد تم إعداد برنامج خاص باللّغة البرمجية المستخدمة *MATLAB v.R2012a* وذلك لاختبار الاتجاه، والأشكال الآتية توضح نتائج استخدام تقنية الرسم للبيانات قيد الدراسة:



الشكل (3): اختبار الاتجاه للبيانات باستخدام تقنية الرسم للبيانات قيد الدراسة.

من الرسمين في الشكل (3) تم ملاحظة أن الشكل العام للعمليات قيد الدراسة هو باتجاه التزايد، مما يبين أن العمليتين هي عمليات تصادفية متزايدة وبشكل رتيب مع الزمن.

**ب- اختبار (مان) للاتجاه: Mann Test for Trend**

لبيان صحة النتيجة أعلاه تم استخدام اختبار مان *MannTest* للكشف عن وجود اتجاه رتيب للبيانات أم لا، وذلك باستخدام المعادلة:

$$Z = \frac{W - n(n-1)/4 + \frac{1}{2}}{\sqrt{(2n^3 + 3n^2 - 5n)/72}} \dots (59)$$

ويمكن إيجاد قيمة المُختبر الإحصائي لاختبار (مان)، والذي يستخدم لاختبار الفرضية الآتية:

$H_0$ : لا يوجد اتجاه رتيب للوحدة  $i$

$H_1$ : يوجد اتجاه رتيب للوحدة  $i$

إذ إن  $i$  تمثل رقم الوحدة ( $i = 1, 2$ ). والجدول الآتي يمثل قيم  $Z$  المحسوبة للمختبر الإحصائي لاختبار (مان) ولكافة الوحدات الغازية قيد الدراسة:

وباستخدام البرنامج المعد لهذا الغرض باللغة البرمجية المستخدمة *MATLAB v.R2012a*، وبالاعتماد على الصيغة (59)، تم الحصول على النتائج الآتية:

الجدول (1): القيم المحسوبة للمختبر الإحصائي لاختبار (مان) للوحدات الغازية قيد الدراسة.

Units	قيمة Z المحسوبة
1	9.5782
2	10.1455

من الجدول أعلاه تم ملاحظة أن القيمتين المحسوبتين أكبر من القيمة الجدولية عند مستوى معنوية (0.05)، وعليه تم رفض فرضية العدم وقبول الفرضية البديلة، وهذا دليل على أن بيانات الوحدتين قيد الدراسة تتبع اتجاهاً عاماً رتيباً.

**2-9 ملائمة البيانات لعملية التجديد:**

بعد معرفة أن بيانات وحدتي المحطة قيد الدراسة تتبع اتجاهاً عاماً رتيباً، فإن الاختبار التالي هو اختبار ملائمة البيانات لعملية التجديد، ولتطبيق هذا الاختبار نحتاج إلى صياغة الفرضية الآتية:

بيانات الوحدة  $i$  تتبع عملية التجديد:  $H_0$

بيانات الوحدة  $i$  لا تتبع عملية التجديد:  $H_1$

إذ إن:  $i = 1, 2$  تمثل رقم الوحدة.

فإذا كانت العملية  $\{X_n: n = 1, 2, \dots\}$  متسلسلة من المتغيرات العشوائية غير السالبة مستقلة ومتماثلة التوزيع  $(i.i.d)$  وتشير إلى أوقات الوصول البينية بين الأحداث  $(n-1)^{th}$  و  $n^{th}$ ، وكانت:

$$T_i = \sum_{j=1}^i X_j, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad T_0 = 0$$

ولاختبار الفرضية أعلاه حول العملية  $\{X_n\}$  يتم إيجاد قيم الاختبرين الإحصائيين  $R$  و  $L$  من الصيغ الآتية: [Lam,2007]

$$R = \frac{n^{3/2} \hat{\beta}}{\sqrt{12\bar{T}}} \dots (60)$$

$$L = \frac{[12(n-1)]^{1/2}}{T_n} \left( \frac{\sum_{i=1}^{n-1} T_i}{n-1} - \frac{T_n}{2} \right) \dots (61)$$

إذ أن:  $R \sim N(0,1)$  ,  $L \sim N(0,1)$

كما أن:

$$\hat{\beta} = \frac{6}{(n-1)n(n+1)} \sum_{i=1}^n (n-2i+1) \ln X_i \dots (62)$$

$$\hat{T}^2 = \frac{1}{n-2} \left\{ \sum_{i=1}^n (\ln X_i)^2 - \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n \ln X_i \right)^2 - \frac{\hat{\beta}}{2} \sum_{i=1}^n (n-2i+1) \ln X_i \right\} \dots (63)$$

والجدول (2) يبين نتائج اختبار ملائمة البيانات لعملية التجديد للعملتين التصادفيتين قيد الدراسة:

الجدول (2): نتائج اختبار ملائمة البيانات للوحدة الاولى والثانية لمحطة كهرباء الموصل الغازية.

Units	المختبر الاحصائي		الاحتمالية	
	R	L	$P_R$	$P_L$
1	-0.7536	-1.4058	0.4532	0.1616
2	-0.5573	-1.7679	0.5824	0.0784

ومن مقارنة القيم الاحتمالية في الجدول أعلاه مع مستوى المعنوية 0.05، تم ملاحظة أن قيمة كل من  $P_L$  و  $P_R$  أكبر من 0.05، وعليه تم قبول فرضية العدم أي ان الوحدتين تتبعان عملية التجديد.

### 3-9 تقدير معالم عملية التجديد: *The Parameters Estimation of Renewal Process*

تبين من الاختبارات السابقة أن العمليتان التصادفيتان المتمثلتان بعمليات التشغيل بين توقفين للوحدتين الاولى والثانية لمحطة كهرباء الموصل الغازية في الفترة الزمنية قيد الدراسة هي من عمليات التجديد، وبمعدلات يومية لأوقات التوقف مختلفة وبشكل منفصل عن بعضهما البعض. وفي هذه الفقرة تم تقدير معالم عملية التجديد لبيانات الوحدتين، والمتمثلة بالمعلمتين ( $\mu$  و  $\sigma^2$ ) كما يأتي:

$$\mu_1 = 23.1364, \mu_2 = 17.9796, \sigma_1^2 = 716.7252, \sigma_2^2 = 764.2704$$

### 4-9 تقدير دالة التجديد لوحدات محطة كهرباء الموصل الغازية:

تم في هذه الفقرة تقدير دالة التجديد لوحدتي محطة كهرباء الموصل الغازية وذلك باستخدام الحل التقريبي ولكافة توزيعات الحياة المقترحة للاستخدام في هذا البحث، فضلاً عن تقدير دالة التجديد باستخدام الحل العددي المقترح.

#### (أ) الحل التقريبي لتقدير دالة التجديد لوحدات محطة كهرباء الموصل الغازية:

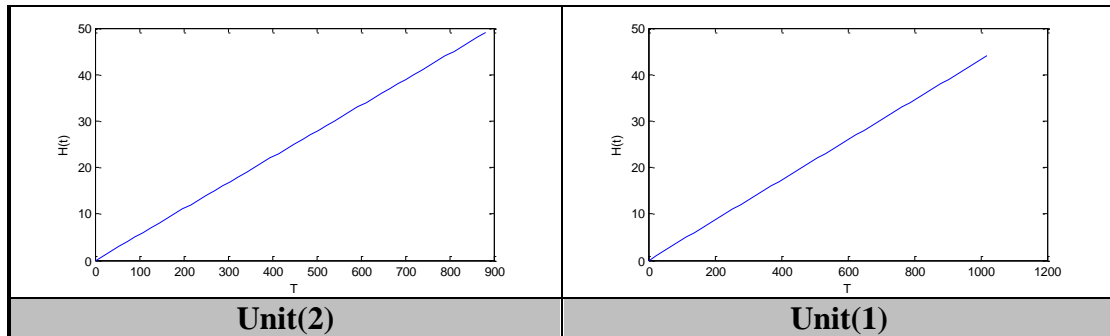
لتقدير دالة التجديد التي تصف المعدل الزمني لأوقات التوقف لمحطة كهرباء الموصل الغازية باستخدام توزيعات الحياة، فإنه يتم تقدير دالة التجديد الخاصة بكل وحدة كهربائية وذلك باستخدام البرنامج المعد لهذا الغرض باللغة البرمجية المستخدمة *MATLAB v.R2012a* وللفترة الزمنية قيد الدراسة، وكما يلي:

1. الدالة الأسية التي تصف المعدل الزمني لأوقات التوقف لوحدتي محطة كهرباء الموصل الغازية وحسب الصيغة (30)، هما كما يلي:

$$\hat{H}_1(t_i) = t_i/0.137$$

$$\hat{H}_2(t_i) = t_i/17.979$$

والشكلان التاليان يمثلان دالة التجديد للمعدل الزمني لأوقات التوقف للوحدة الاولى والثانية لمحطة كهرباء الموصل الغازية الموصوفة بالدالة الأسية، ويلاحظ من الشكلين أن المعدل الزمني يكون في حالة تزايد ضمن الفترة الزمنية قيد الدراسة.



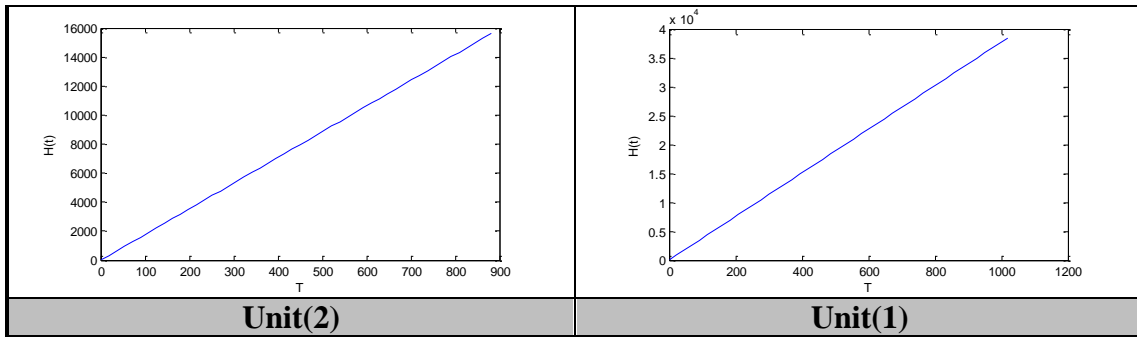
الشكل (4): دالة التجديد اليومية للمعدل الزمني للتوقف للوحدتين والموصوفة بالدالة الأسية.

2. دالة وايبل التي تصف المعدل الزمني لأوقات التوقف لوحديتي محطة كهرباء الموصل الغازية وحسب الصيغة (31)، هما كما يلي:

$$\hat{H}_1(t_i) = \frac{t_i * (20.082)^{1/0.79695}}{\Gamma(1 + \frac{1}{0.79695})} + \frac{\Gamma(1 + \frac{2}{0.79695})}{2[\Gamma(1 + \frac{1}{0.79695})]^2} - (1)$$

$$\hat{H}_2(t_i) = \frac{t_i * (13.858)^{1/0.89836}}{\Gamma(1 + \frac{1}{0.89836})} + \frac{\Gamma(1 + \frac{2}{0.89836})}{2[\Gamma(1 + \frac{1}{0.89836})]^2} - (1)$$

والشكلان التاليان يمثلان دالة التجديد للعدد المتوقع للمعدل الزمني لأوقات التوقف لمحطة كهرباء الموصل الغازية الموصوفة بدالة وايبل، ويلاحظ من الشكلين أن العدد المتوقع يكون في حالة تزايد ضمن الفترة قيد الدراسة.



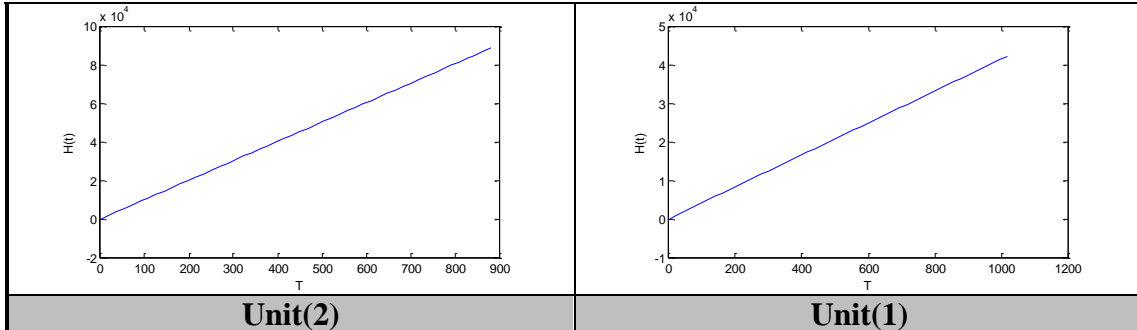
الشكل(5): دالة التجديد اليومية للمعدل الزمني للتوقف للوحدتين والموصوفة بدالة وايبل.

3. دالة كاما التي تصف المعدل الزمني لأوقات التوقف لوحديتي محطة كهرباء الموصل الغازية وحسب الصيغة (32)، هما كما يلي:

$$\hat{H}_1(t_i) = \frac{30.978 * t_i}{0.74686} - \frac{1 - 0.74686}{2 * 0.74686}$$

$$\hat{H}_2(t_i) = \frac{42.508 * t_i}{0.42297} - \frac{1 - 0.42297}{2 * 0.42297}$$

والشكلان التاليان يمثلان دالة التجديد للمعدل الزمني لأوقات التوقف لمحطة كهرباء الموصل الغازية الموصوفة بدالة كاما، ويلاحظ من الشكلين أن المعدل الزمني يكون في حالة تزايد ضمن الفترة قيد الدراسة.



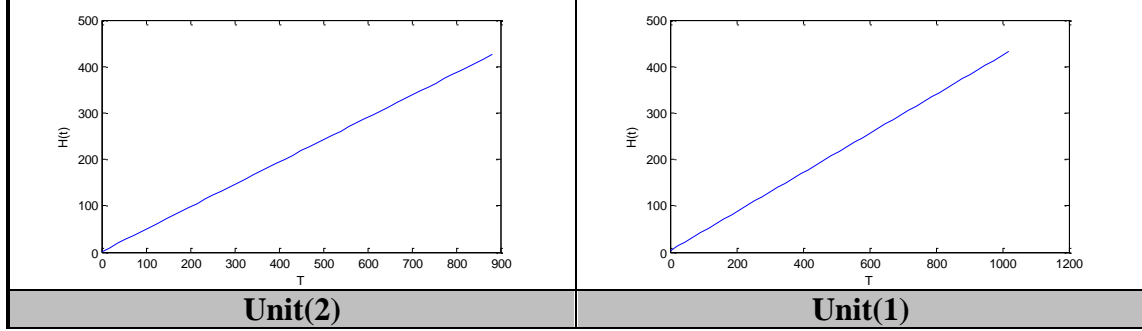
الشكل(6): دالة التجديد اليومية للمعدل الزمني للتوقف للوحدتين والموصوفة بدالة كاما.

4. دالة التوزيع ألوغاريتمي الطبيعي التي تصف المعدل الزمني لأوقات التوقف لوحديتي محطة كهرباء الموصل الغازية وحسب الصيغة (33)، هما كما يلي:

$$\hat{H}_1(t_i) = \frac{t_i}{2.3706} + \frac{\exp((1.4184)^2) - 2}{2}$$

$$\hat{H}_2(t_i) = \frac{t_i}{2.0778} + \frac{\exp((1.2907)^2) - 2}{2}$$

والشكلان التاليان يمثلان دالة التجديد للمعدل الزمني لأوقات التوقف لمحطة كهرباء الموصل الغازية الموصوفة بدالة التوزيع اللوغاريتمي الطبيعي، ويلاحظ من الشكلين أن المعدل الزمني يكون في حالة تزايد ضمن الفترة قيد الدراسة.



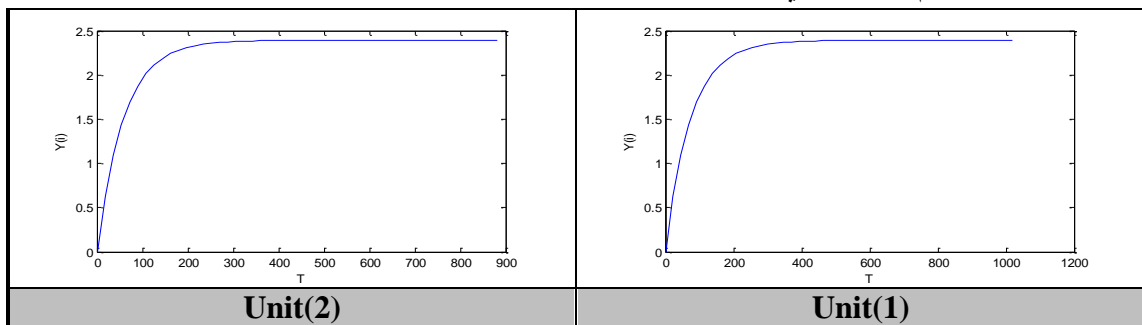
الشكل (7): دالة التجديد اليومية للمعدل الزمني للتوقف للوحدتين والموصوفة بدالة التوزيع اللوغاريتمي الطبيعي.

(ب) الحل العددي لتقدير دالة التجديد لوحدات محطة كهرباء الموصل الغازية:

سيتم في هذه الفقرة تقدير دالة التجديد لوحدات محطة كهرباء الموصل الغازية باستخدام الطريقة المقترحة وهي طريقة الحل العددي وبالاعتماد على أهم التوزيعات الشائعة في اختبارات الحياة، وعلى فرض أن  $X$  يتوزع احد توزيعات الحياة المقترحة في البحث، تم تقسيم الفترة قيد الدراسة  $[0, T]$  إلى فترات ثانوية عددها  $(N)$ ، إذ أن  $T$  تمثل حجم الفترة الحقيقي لكل وحدة على حده مع طول متساوٍ لجميع الفترات  $(u = \frac{T}{N})$ ، بالعقد  $(T_i = i * u)$ ، وباستخدام خوارزمية الحل العددي المقترحة في البحث تم الحصول على دوال التجديد الآتية:

### 1. الحل العددي لتقدير دالة التجديد باستخدام التوزيع الأسّي:

الشكلان التاليان يمثلان رسم دالة التجديد اليومية في حالة التوزيع الأسّي للمعدل الزمني للتوقف لوحدتي محطة كهرباء الموصل الغازية باستخدام الحل العددي:



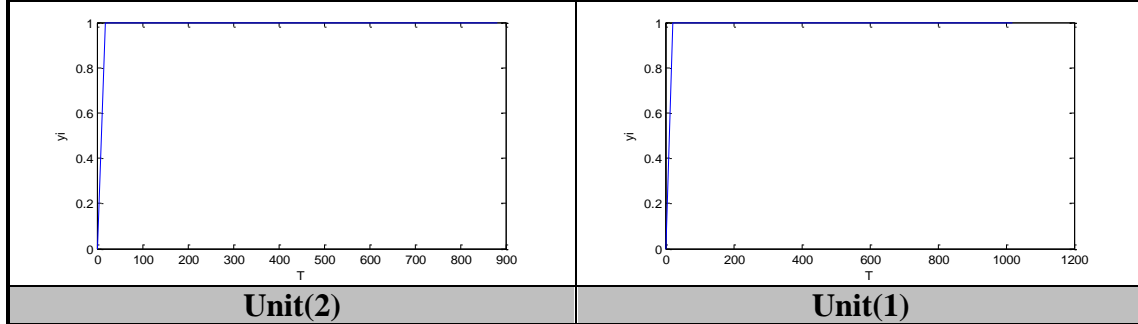
الشكل (8): دالة التجديد اليومية في حالة التوزيع الأسّي للمعدل الزمني للتوقف للوحدتين باستخدام الحل العددي.

يلاحظ من الرسمين في الشكل أعلاه أن دالة التجديد للمعدل الزمني للتوقف لوحدتي محطة كهرباء الموصل الغازية باستخدام الحل العددي في حالة التوزيع الاسي أنها متزايدة مع الزمن وللوحدتين قيد الدراسة، مما يدل على أن توقفات المحطتين في تزايد مستمر بمرور الزمن.



2. الحل العددي لتقدير دالة التجديد باستخدام توزيع وايبل:

الشكلان التاليان يمثلان رسمدالة التجديد اليومية في حالة توزيع وايبل للمعدل الزمني للتوقف لوحدي محطة كهرباء الموصل الغازية باستخدام الحل العددي:

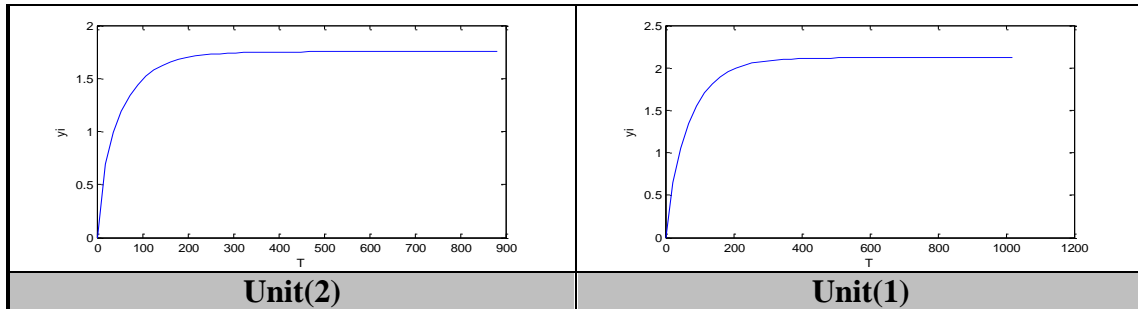


الشكل(9): دالة التجديد اليومية في حالة توزيع وايبل للمعدل الزمني للتوقف لوحديتين باستخدام الحل العددي.

يلاحظ من الرسمين في الشكل (9) أعلاه أن دالة التجديد للمعدل الزمني للتوقف لوحدي محطة كهرباء الموصل الغازية باستخدام الحل العددي في حالة توزيع وايبل أنها متزايدة مع الزمن بشكل سريع، مما يدل على أن توقفات المحطتين تزداد بشكل سريع في بداية العمل ثم تستقر بمرور الزمن.

3. الحل العددي لتقدير دالة التجديد باستخدام توزيع كاما:

الشكلان التاليان يمثلان رسمدالة التجديد اليومية في حالة توزيع كاما للمعدل الزمني للتوقف لوحدي محطة كهرباء الموصل الغازية باستخدام الحل العددي:

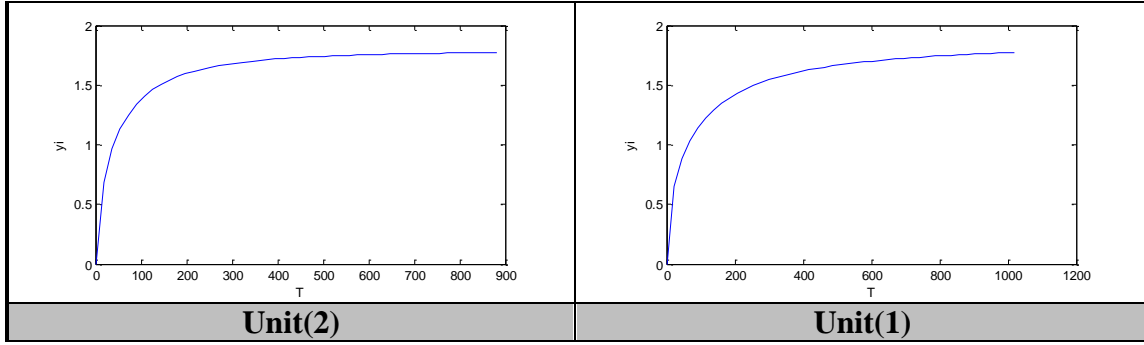


الشكل(10): دالة التجديد اليومية في حالة توزيع كاما للمعدل الزمني للتوقف لوحديتين باستخدام الحل العددي.

يلاحظ من الرسمين في الشكل (10) أعلاه أن دالة التجديد للمعدل الزمني للتوقف لوحدي محطة كهرباء الموصل الغازية باستخدام الحل العددي في حالة توزيع كاما أنها متزايدة مع الزمن وللوحديتين قيد الدراسة، مما يدل على أن توقفات المحطتين تزداد بشكل مستمر بمرور الزمن.

4. الحل العددي لتقدير دالة التجديد باستخدام التوزيع اللوغاريتمي الطبيعي:

الشكلان التاليان يمثلان رسمدالة التجديد اليومية في حالة التوزيع اللوغاريتمي الطبيعي للمعدل الزمني للتوقف لوحدي محطة كهرباء الموصل الغازية باستخدام الحل العددي:



الشكل(11): دالة التجديد اليومية في حالة التوزيع اللوغاريتمي الطبيعي للوحدتين باستخدام الحل العددي.

يلاحظ من الرسمين في الشكل (11) أعلاه أن دالة التجديد للمعدل الزمني للتوقف لوحدتي محطة كهرباء الموصل الغازية باستخدام الحل العددي في حالة التوزيع اللوغاريتمي الطبيعي أنها متزايدة مع الزمن وللوحدتين قيد الدراسة، مما يدل على أن توقعات المحطتين تزداد بشكل مستمر بمرور الزمن.

### 9-5 المقارنة بين الطريقة التقريبية والطريقة العددية لتقدير دالة التجديد:

لغرض المقارنة بين الطريقة التقريبية والطريقة العددية المقترحة في البحث لتقدير دالة التجديد، تم استخدام معيار المقارنة (خطأ النسبة الاعظم) ولوحدتي المحطة الغازية للوصول الى الطريقة المناسبة لتقدير دالة التجديد للبيانات قيد الدراسة، وكما في الجدول ادناه:

الجدول (3): المقارنة بين الطريقة التقريبية والطريقة العددية لتقدير دالة التجديد للبيانات قيد الدراسة.

الوحدة (1)	التوزيعات	التقريبية	العددية
	<i>Exponential</i>	0.9756*	0.9977
<i>Weibull</i>	56.9092	0.9990*	
<i>Gamma</i>	62.2676	0.9979*	
<i>Log Normal</i>	0.6952*	0.9983	
الوحدة (2)	<i>Exponential</i>	0.9524*	0.9973
	<i>Weibull</i>	30.3696	0.9989*
	<i>Gamma</i>	176.9513	0.9980*
	<i>Log Normal</i>	0.5586*	0.9980

من الجدول (3) أعلاه ومن قيم  $MPE$  ، تم ملاحظة أن الحل باستخدام الطريقة التقريبية لتقدير دالة التجديد ملائمة للتوزيع الأسّي والتوزيع اللوغاريتم الطبيعي لكلا الوحدتين لمحطة كهرباء الموصل الغازية قيد الدراسة مقارنةً بالطريقة العددية، في حين تم ملاحظة أن الحل باستخدام الطريقة العددية لتقدير دالة التجديد ملائمة لتوزيع وايبل وتوزيع كاما ولكلا الوحدتين لمحطة الكهرباء قيد الدراسة مقارنةً بالطريقة التقريبية.

### 9-6 المقارنة بين دوال التوزيعات الاحتمالية الملائمة لعملية التجديد:

تم في هذه الفقرة المقارنة بين التوزيعات الاحتمالية المقترحة لتقدير دوال المعدل الزمني لعملية التجديد وباستخدام طرائق التقدير المختلفة (الحل التقريبي والحل العددي) في البحث، وذلك للوصول إلى التوزيع الاحتمالي الملائم لعملية التجديد للبيانات قيد الدراسة، وذلك باستخدام معيار خطأ النسبة الأعظم.

الجدول (4): المقارنة بين دوال التوزيعات الاحتمالية للمعدل الزمني للتوقف لعملية التجديد عند استخدام الحل التقريبي والحل العددي .

	unit	Exponential	Weibull	Gamma	Log Normal
الطريقة التقريبية	1	0.9756	56.9092	62.2676	0.6952*
	2	0.9524	30.3696	176.9513	0.5586*
الطريقة العددية	1	0.9977*	0.9990	0.9979	0.9983
	2	0.9973*	0.9989	0.9980	0.9980

من الجدول (4) ومن مقارنة قيم خطأ النسبة الاعظم  $MPE$  ، تم التوصل الى أن توزيع اللوغاريتم الطبيعي للمعدل الزمني لدالة التجديد ولكلا الوجدتين قيد الدراسة أفضل من باقي التوزيعات الاحتمالية، وذلك عند استخدام الحل التقريبي في تقدير دالة التجديد، في حين تم التوصل الى أن التوزيع الأسّي للمعدل الزمني لدالة التجديد أفضل من باقي التوزيعات الاحتمالية المستخدمة وذلك عند استخدام الحل العددي في تقدير دالة التجديد،

**الاستنتاجات: Conclusions:** من خلال هذه الدراسة تم التوصل إلى مجموعة من الاستنتاجات يمكن إجمالها بالنقاط الآتية:

(1) من خلال إجراء اختبار الاتجاه الرتيب في مجموعة البيانات لكلا الوجدتين لمحطة كهرباء الموصل الغازية باستخدام اختبار (مان) للاتجاه، تبين أن كلا الوجدتين لمحطة كهرباء الموصل الغازية تتبعان اتجاهًا عامًا رتيبًا، وهذا ما أكدته تقنية الرسم.

(2) من خلال إجراء اختبار ملائمة البيانات لعملية التجديد تبين أن كلا الوجدتين تتبعان عملية التجديد.

(3) يلاحظ من أشكال المعدل الزمني للتوقف لدالة التجديد لوحدي محطة كهرباء الموصل الغازية قيد الدراسة بصورة عامة أنها متزايدة مع الزمن، مما يدل على أن توقعات المحطتين في تزايد مستمر بمرور الزمن.

(4) تم التوصل الى ان الحل باستخدام الطريقة التقريبية لتقدير دالة التجديد ملائمة للتوزيع الأسّي والتوزيع اللوغاريتم الطبيعي ولكلا الوجدتين لمحطة كهرباء الموصل مقارنةً بالطريقة العددية، في حين تم التوصل الى أن الحل باستخدام الطريقة العددية لتقدير دالة التجديد ملائمة لتوزيع وايبل وتوزيع كاما ولكلا الوجدتين لمحطة الكهرباء قيد الدراسة مقارنةً بالطريقة التقريبية.

(5) تم التوصل الى أن استخدام التوزيع اللوغاريتم الطبيعي للمعدل الزمني للتوقف لدالة التجديد ولكلا الوجدتين قيد الدراسة أفضل من باقي التوزيعات الاحتمالية، وذلك عند استخدام الحل التقريبي في تقدير دالة التجديد، مما يعطي مؤشراً على أن استخدام التوزيع اللوغاريتم الطبيعي لتقدير المعدل الزمني للتوقف لعملية التجديد في حالة الحل التقريبي يعطي نتائج أدق من استخدام بقية التوزيعات للبيانات قيد الدراسة.

(6) تم ملاحظة أن التوزيع الأسّي للمعدل الزمني للتوقف لدالة التجديد ولكلا الوجدتين قيد الدراسة أفضل من باقي التوزيعات الاحتمالية، وذلك عند استخدام الحل العددي في تقدير دالة التجديد مما يعطي مؤشراً على أن استخدام التوزيع الأسّي لتقدير المعدل اليومي لأوقات التوقف لعملية التجديد في حالة الحل العددي يعطي نتائج أدق من استخدام بقية التوزيعات للبيانات قيد الدراسة.

### المصادر: References

1. عبد، فراس صدام، (2012)، " اعتماد دالة الاتاحية في تحديد فترة الصيانة الوقائية الدورية غير التامة المثلى في شركة مصافي الوسط". أطروحة دكتوراه غير منشورة، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد، العراق.
2. Braun, W.J., Li, W. and Zhao, Y.Q., (2005), "Properties of the Geometric and Related Processes". Naval Research Logistics 52, 607-616.
3. Braun, W.J., Li, W. and Zhao, Y.Q., (2008)," Some Theoretical Properties of the Geometric and  $\alpha$ -Series Processes". Communications in Statistics-Theory and Methods 37, 1483-1496.
4. Chen , J. , Li , Kim-Hung and Lam, Y., (2010), "Bayesian Computation for Geometric Process in Maintenance Problems". Mathematics and Computers in Simulation, 81,771-781.
5. Feller, W., (1968), "An Introduction to Probability Theory and Its Applications". 1, 3<sup>rd</sup> Ed, John Wiley and Sons ,New York.
6. Frees, E.W.,(1986), "nonparametric renewal function estimation ". The Annals of statistics , 14, No.4,1366-1378.
7. Gallager, R. G., (1996), " Discrete stochastic processes ". springer science+business media, LLC, New York.
8. Krivtsov, V. V. and Yevkin, Y.Y,(2010)," Approximate Solution To G-Renewal Equation with Underlying weibull Distribution", Dyaden International Ltd, Toronto, Canada.
9. Lam, Y., (2007), "The Geometric Process and its Applications". World Scientific, Singapore.
10. Matloff, N., (2006), "Renewal Theory and some Applications". university of California ,Davi.