صياغة وحل نماذج البرمجة العددية باستخدام برنامج اكسل

Formulation and Solving Integer Programming Models by Using Microsoft Excel

م. مشتاق طالب حسين

Instructor .Mushtaq .T. Hussain

جامعة الانبار/ كلية الادارة والاقتصاد/ الرمادي

المستخلص

البرمجة العددية نستطيع تطبيقها في العديد من مجالات الاعمال. من ناحية اخرى، مشاكل البرمجة العددية بصورة عامة تكون اكثر تعقيدا وتحتاج وقت اكثر لحلها مما تحتاجه البرمجة الخطية. الهدف مـــن هـــذا البحث ابراز اهمية استخدام الجداول الالكترونية في حل النماذج المختلفة للبرمجة العددية ،والتي تساهم في تذليل الصعوبات امام الباحثين وطلبة الدراسات العليا من المختصين والمهتمين بمجالات بحوث العمليات. حيـــث تـــم التعرف على اربعة نماذج اساسية للبرمجة العددية وهي نموذج البرمجة العددية التامة، نموذج البرمجة العدديـــة المختلطة، نموذج البرمجة العددية الثنائية ونموذج البرمجة العددية الثنائية المختلطة، بعد ذلك اخذنا حالة دراسية خاصة بكل نموذج من النماذج الاربعة و صياغة النموذج الرياضي الخاص بكل حالة ثم ايجاد الحـــل العـــددي الامثل لكل حالة دراسية باستخدام الاداة solver الموجودة في البرنامج اكسل من خلال ايضاح النوافذ المختلفة لهذه الاداة.

Abstract

Integer programming can be applied in numerous business situations. however, integer programming problems are generally more complex and time consuming to solve than linear programming problems.

The aim of this research focuses upon the importance using spreadsheet software package in solving the different models of integer linear programming, this spreadsheet is simplifying in defeating the difficulty opposite to researchers and graduate students who have competence and interest in operations research scopes. In this research we identification four basis of integer programming :pure integer programming model, mixed integer programming model, binary integer programming model and mixed binary integer programming model. After that we take case study for each model and formulate the mathematical model for each case study and so find the optimal integer solution for each case study by using (solver tool) in excel program by presenting different solver windows.

Keywords: LinearProgramming, Integer Programming, Microsoft Excel.

1-المقدمة Introduction

البرمجة الخطية هي اسلوب رياضي حديث يستعمل لايجاد افضل الاستعمالات للمـوارد المحـدودة المتاحة لدى المنشاة ولهذا الاسلوب جانبان هما البرمجة Program وتعني امكانية استعمال الاسلوب الرياضـي لايجاد البرامج المختلفة لاستعمال الموارد النادرة او المحدودة المتاحة لدى المنشاة وبمـا يـتلائم مـع القيـود المفروضة على هذه الموارد ثم اختيار افضل هذه البرامج التي تحقق هدف المنشاة وذلك بانطلاق من برنـامج لاخر افضل منه وهكذا.اما الخطية Linearity فيقصد بها العلاقات بين المتغيرات المحددة للمشكلة قيد البحـث علاقات خطية، اي ان استجابة المتغيرات كافة هي استجابة واحدة وتتلائم مع استجابة دالة الهدف. يستفاد مـن البرمجة الخطية في اتخاذ القرار الامثل بتخصيص الموارد الاقتصادية المحدودة والمتاحة لدى المنـسأة والتـي تتمثل عادة في صورة راس مال او موارد (مكائن، معدات، موارد بشرية، مساحات، وسائل نقـل، او مـوارد طاقة او زمن...الخ)، بالشكل الذي يحقق اقصى درجة ممكنة من الكفأة سواء كان ذلك بتحقيق اقصى ربـح ام ادنى كلفة ولايقتصر استخدام البرمجة الخطية على نشاط معين، بل تستخدم فـي كافـة الانـشطة الـصناعية، الزراعية، التجارية،الخدمية والعسكرية لعلاج العديد من المشاكل التي تواجه هذه الانشطة.

هناك خمسة شروط اساسية من اجل صياغة نموذج البرمجة الخطية:[1]

- ☒ محدودية الموارد مثل(ان تكون طاقة اشتغال كل ماكنة محددة، ساعات العمل محددة، عدد العمال، كمية المواد الاولية...).فيما عدا ذلك لايمكن القول بان هناك مشكلة يمكن صياغتها بالبرمجة الخطية.
- ☒ ان تكون للنموذج دالة هدف وهذه الدالة اما ان تكون من النـوع تعظـيم(Maximize)او التدنية (Minimize).
- ☒ خطية النموذج كما تم ذكرها اعلاه.
- ☒ التجانس Homogenous اي ان جميع الموارد يجب ان تكون متجانسة من حيث وحدات قياس كل مورد فمثلا اشتغال المكائن يقاس بعدد الساعات، كمية المواد الاولية المـستخدمة تقاس باحدى وحدات القياس المعروفة(غم،كغم،طن)...
- ☒ متغيرات القرار تكون من النوع القابل للقسمةالى اجزاء اصغر (divisibility) لكن هـذه الحالة غير ممكنة في بعض المشاكل مثل عدد المسافرين في الطـائرة ،عـدد الـسيارات المنتجة في مصنع معين في مثل هذه الحالة فان نموذج البرمجة الخطية يـسمى بنمـوذج البرمجة الخطية العددية .(Andrew J.Mason2007).

1-2 مشكلة البحث The research problem

مع كبر حجم المنشات وتعدد اوجه نشاطها ظهر كثير من المتغيرات والمشاكل التي تؤثر بصورة او باخرى في امكانية اتخاذ القرار السليم الامر الذي يتطلب ضرورة البحث عن اسلوب جديد يساعد على اتخاذ عدد من القرارات الحرجة التي تواجه الادارة العليا للمنشات. اذ تعد البرمجة الخطية العددية احـد الاسـاليب العلمية الحديثة لبحوث العمليات التي ساعدت وتساعد على اتخاذ القرار المناسب، من هذا المنطلق جأت مشكلة البحث بالتركيز على استخدام نماذج البرمجة العددية في صياغة المشاكل التي تكون فيها متغيرات القـرار ذات

قيم عددية صحيحة او بعضها يكون ذات قيم عددية صحيحة والبعض الاخر ياخذ قيم مستمرة او تكـــون هـــذه المتغيرات ذات قيم ثنائية وهذا من شانه يكرس الدور الفعال والايجابي لنماذج البرمجة الخطية العددية اذا ما تم مقارنتها بنموذج البرمجة الخطية العادي .

3-1 اهمية البحث The importance of research

ان التطور العلمي السريع في برامجيات الحاسوب لايجاد الحلول للمشاكل بالدقة المطلوبة والـــسرعة العالية، الامر الذي ادى الى جعل هذه البرامجيات ليست حكرا على اصحاب الاختصاص فحسب بل اصبح من الممكن لغير المختصين ببرامجيات الحاسوب بدراسة هذه البرمجيات والتعرف عليها من خـــلال تطبيـــق هـــذه البرامجيات في التخصصات المختلفة. حيث جأت اهمية البحث في التعرف على كيفية اســـتخدام الاداة Solver الموجودة في البرنامج اكسل في ايجاد الحل العددي لمشاكل البرمجة العددية حيث يمتاز برنامج اكسل بالقـــدرة الاستيعابية العالية للنماذج الرياضية، كما يهتم البحث بتقديم صورة واضحة للباحثين وطلبة الدراسات العليا مـــن اذوي الاختصاص والمهتمين بمجالات بحوث العمليات على كيفية صياغة مشاكل البرمجة العددية .

4-1هدف البحث The aim of research

يهدف هذا البحث الى ابراز اهمية استخدام الجداول الالكترونية لحل النمـــاذج المختلفـــة للبرمجـــة الخطية العددية من خلال الحالات التطبيقية والخاصة بكل نموذج للبرمجة العدديـــة، حيـــث تـــساهم الجـــداول الالكترونية في تذليل الكثير من الصعوبات التي تواجه الباحث في ايجاد الحل العددي الامثل لما تمتاز به مـــن القدرة العالية على ايجاد الحل الامثل لنماذج البرمجة العددية التي يكون فيها عدد المتغيرات والقيود كبيرا جدا

2 – البرمجة الخطية العددية Integer Linear Programming (ILP)

في مشاكل البرمجة الخطية متخذ القرار يسمح لمتغيرات القرار بان تاخذ مدى مستمرمن القيم التـــي تكون مقيدة بقيود المشكلة. لكن هناك الكثير من النماذج الخطية تكون فيها متغيرات القرار بعضها او جميعهـــا محددة بقيم عددية صحيحة وهذا ما يعرف بنموذج البرمجة العددية مثل(عدد المكائن التي يحتاجها مصنع معين، عدد الطائرات المراد تصنيعها وعدد الموظفين اللذين يجب تخصيصهم لوظيفة معينة...الخ).

(John A. Lawrence & others 1998:163)

1.2- انواع نماذج البرمجة العددية Types of Integer Programming Models

- نماذج البرمجة العددية التامة total integer programming models : تكون فيها جميع متغيـــرات القرار ذات حلول عددية صحيحة.
- نماذج البرمجة العددية المختلطة mixed integer programming models : تكون فيهـــا بعـــض متغيرات القرار ذات قيم عددية صحيحة.
- نماذج البرمجة العددية الثنائيـــة pure binary (zero- one) integer programming models : تكون فيها جميع متغيرات القرار من النوع الثنائي (0-1).

• نماذج البرمجة العددية الثنائيـــة المختلطـــة mixed binary integer programming models :

تكون فيها بعض متغيرات القرار ثنائية (binary) وبقية المتغيرات هي اما قيم عددية صحيحة او قيم مستمرة **(Joern 2009)**

3- البرمجة الخطية العددية وبرنامج اكســل Integer Linear Programming With Microsoft Excel

الجداول الالكترونية يمكن استخدامها في ايجاد الحل الامثل لنماذج البرمجة العددية.في هذه الجداول الكثير من العمليات المنطقية تكون موجودة ضمنها مما يسهل عملية فهمها واستخدامها. برنامج اكسل مـــزود باداة الحل (Solver) التي تعمل على حل النماذج المختلفة للبرمجة العددية والتي سوف ناتي لبيان كيفية حل كل نموذج من خلال حالة دراسية خاصة بكل نموذج.

• **حالة دراسية (1) لنموذج البرمجة العددية النقية**

ادارة ورشة تخطط لتوسيع الانتاج في الورشة وذلك من خلال شراء نوعين من المكائن الحديثة هي (مكئن الكبس press ومكائن الخراطة lathe)، ادارة الورشة قدرت بان شراء كل ماكنة كبس ســـوف يزيـــد الارباح اليومية بمقدار100 $ ، كما ان شراء كل ماكنة خراطة يزيد الارباح اليوميـــة بمقـــدار 150$.عـــدد المكائن التي تستطيع الورشة شراؤها محددة بالميزانية المالية للورشة ومساحة الارض .الجدول الاتي رقم (1) يبين سعر شراء كل نوع من المكائن ومساحة الارض التي يتطلبها كل نوع من المكائن،اذا علمت ان الميزانيـــة المالية للورشة لاتتجاوز ($40000) ومساحة الارض لاتتجاوز($ft^2$200) المطلوب: بناء نمـــوذج البرمجـــة العددية النقية للمشكلة اعلاه لتحديد عدد المكائن الممكن شرائها والذي بدوره يجعل الربح الكلي اعلى مايمكن . (Taylor 2006).

جدول (1) بيانات الحالة الدراسية (1) لنموذج البرمجة العددية النقية

machine	Required space ft^2	Purchase price
Press	15	8000
Lathe	30	4000

المـــصدر (Bernard W. Taylor" Introduction to management science", Ninth Edition Virginia Polytechnic Institute and State University.publisher:Prentice Hall 2006).

في البداية نقوم بكتابة الصيغة الرياضية العامة للبرمجة العددية النقية وكالاتي :

$$\textbf{Maximize or Minimize } Z=\sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

Subject to:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le, =, \ge b_i \qquad i=1, 2,\ldots, m$$

$$x_j \ge 0 \ \& \text{ integer} \qquad j=1,2,\ldots,n$$

تعريف متغيرات القرار:

X_1=عدد مكائن الكبس الممكن شرائها

X_2= عدد مكائن الخراطة الممكن شرائها

الان يمكن كتابة الصيغة الرياضية للمثال وكالاتي:

$$Maximize Z = 100X_1 + 150X_2$$
$$s.t:$$
$$15X_1 + 30X_2 \leq 200$$
$$8000X_1 + 4000X_2 \leq 40000$$
$$X_1, X_2 \geq 0 \; \& \; integer$$

4- حل نموذج البرمجة العددية في برنامج اكسل

Solution of integer programming models by using excel program

a) ادخال البيانات .
b) كتابة الصيغة الرياضية المطلوبة.
c) تعريف خلية الهدف
d) تحديد متغيرات القرار.
e) اضافة قيود النموذج.
f) تحديد خطية النموذج.
g) حل النموذج . (Andrew J.Mason 2007)

(a) ادخال البيانات

من خلال الشكل (1) نلاحظ ان الخلايا (C5,B5) تحتوي على ربح الوحدة الواحدة من كل ماكنة على التوالي ، الخلايا (C4,B4) تحتوي على القيم الخاصة بمتغيرات القرار وتسمى (الخلايا المتغيرة changing cells)، بينما الخلية D5 تحتوي على قيمة دالة الهدف (الربح الكلي) وتسمى (خلية الهدف target cell) وهي الخلية التي تحتوي على قيمة دالة الهدف بعد الحل . اما بيانات القيود هي مبينة في الخلايا (C9:B9,C8:B8) وتسمى (خلايا الادخال input cells)، الكميات المتيسرة من كل مصدر هي في الخلايا(F9:F8) . والناتج من قيود الطرف الايسر مبين في الخلايا(D9:D8)وتسمى خلايا الناتج بخلايا الاخراج (output cells).

	A	B	C	D	E	F
1				Pure Integer		
2						
3	ProductType	X1Press	X2Lathe	Total Profit		
4	No.of machine					
5	Profit per unit($)	100	150			
6						
7	Constriants			LHS		RHS
8	Space Constriant	15	30		<=	200
9	Budget Constriant	8000	4000		<=	40000

شكل (1) ادخال البيانات

المصدر/اعداد الباحث

b) كتابة الصيغة الرياضية المطلوبة

في هذه الخطوة سوف نجد صيغة رياضية لاستخراج قيمة داله الهدف المتمثلة بالخلية D5 التي هي عبارة عن(عدد المكائن المشتراة من نوع X1 مضروب بقيمة(ربح) الماكنة الواحدةX1 مـــضاف اليهـــا عـــدد المكائن المشتراة من نوع X2 مضروبة بقيمة(ربح) الماكنة الواحدة X2 . وهذا يتم في برنامج اكـــسل مـــن خلال استخدام صـــيغة[1] **sumproduct** اي ان **D5=sumproduct(B4:C4,B5:C5)** . كمـــا موضـــح بالشكل(2)

	A	B	C	D	E	F
1				Pure Integer		
2						
3	ProductType	X1Press	X2Lathe	Total Profit		
4	No.of machine					
5	Profit per unit($)	100	150			
6						
7	Constriants			LHS		RHS
8	Space Constriant	15	30		<=	200
9	Budget Constriant	8000	4000		<=	40000

=Sumproduct(B4:C4,B5:

=Sumproduct(B8:C8,$B$4:$C$4)

= Sumproduct(B9:C9,$B$4:$C$4)

شكل(2) كتابة الصيغة الرياضية

المصدر/ اعداد الباحث

c) تحديد خلية الهدف

هذه الخطوة هي لتنفيذ شرط الامثلية (optimization)حيث تقـــوم الاداة Solver بتحليـــل مجـــاميع البيانات للنموذج الخطي وكالاتي :

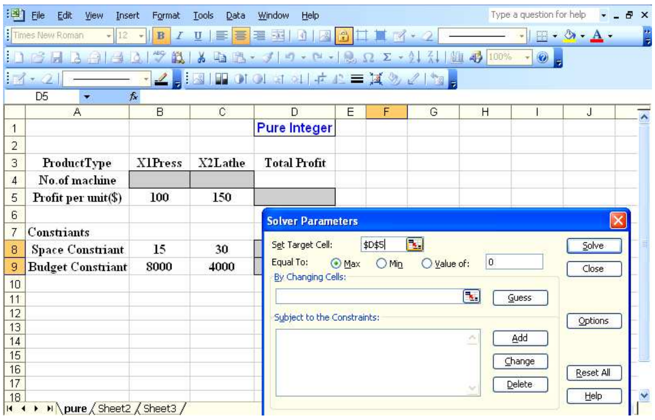
نختار الاداة solver من القائمة Tools . تظهر نافذة Solver parameter ويظهرالمؤشر فـــي المستطيل (set target cell)[1] كما موضح في الشكل (3). بعد ذلك نطبق الخطوات الاتية :

[1] خلية دالة الهدف تكون خلية واحدة فقط، وهذه الخلية تحتوي على المعادلة التي تحقق قيمة دالة الهدف

* الدالة sumproduct تستخدم هذه الصيغة لضرب الخلايا المتقابلة ببعضها البعض ثم اضافة ناتج الضرب اي ان sumproduct(B4:C4,B5:C5) من اجل استخراج قيمة داله الهدف فانها تجمع الناتج الحاصل من ضرب B4*B5 مع ناتج ضرب C4*C5 كما موضح في الشكل 2 . في هذه الدالة يجب ان يكون كلا النطاقين مـــن نفس المرتبة(عدد الصفوف يساوي عدد الاعمدة) .ان ايجاد قيمة المورد المستخدم (الطرف الايسر LHS) لكـــل قيد والتي يجب ان تكون اقل او تساوي قيمة المورد المتاح(الطرف الايمن RHS) كما موضح في الـــشكل 2، نلاحظ ان صيغة القيود تحتوي على علامة $ كما في الخلايا $C$4,$B$4 ، تستخدم علامة $ لتثبيت نطـــاق هذه الخلايا في حالة استنساخ صيغة الخلية D8 الى الخلية D9 ، وفي حالة عدم كتابة علامة $ لهذه الخلايا فان عمليـــة استنـــساخ الخليـــة D8 الـــى الخليـــة D9 تكـــون غيـــر صـــحيحة اي تـــصبح بالـــشكل الاتي(D9 =sumproduct(B5:C5,B9:C9 وهذه الصيغة لاتعطي نتيجة صحيحة . اما في عند وضع علامة $ تكون صيغة الخلية D9 بالشكل الاتي: D9=sumproduct($B$4:$C$4,B9:C9). **المصـــدر(** Andrew of J.Mason " Solving linear programs using Microsoft excel solver" university (Auckland 2007

➢ ننقر على الخلية التي ستظهر بها نتيجة دالة الهدف الخلية، D5 بهذا يتحول عنوانها الى الخلية set target cell كما موضح في الشكل(3)

➢ نختار دالة الهدف اما Max او Min وهذا يعتمد على دالة هدف النموذج الخطي فيما اذا كانت تعظيم او تدنية . لايجوز بعد هذه العملية الضغط على المفتاح Enter لان هذه العملية مناسبة في حالة الطلب من Solver حل المشكلة.

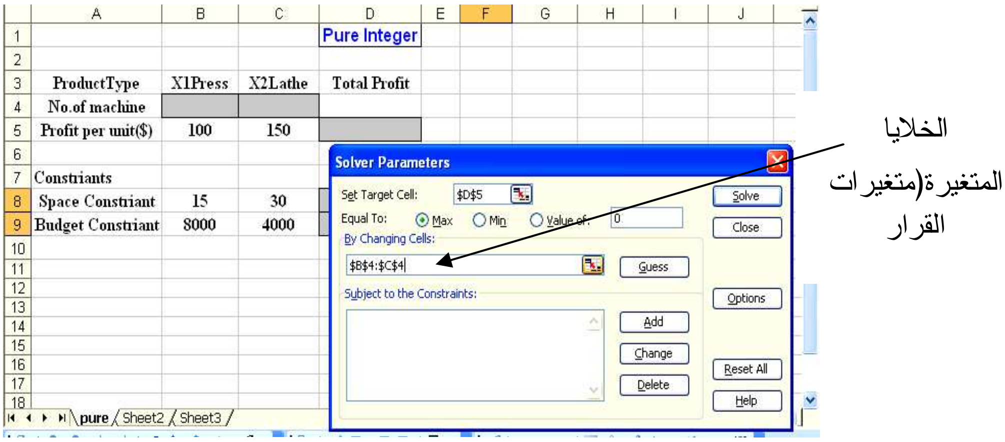


شكل(3) تحديد خلية الهدف

المصدر / اعداد الباحث

d) تحديد متغيرات القرار (الخلايا المتغيرة) Changing Cell

في الحالة الدراسية (1) عدد المكائن الواجب شرائها من X1 والمكائن من X2 تعرف كمتغيرات قرار، التي تكون مخصصة في الخلايا (C4:B4) ، التي تسمى بـ (الخلايا المتغيرة) . نستخدم الفأرة او المؤشر لجعله في الخلية (By changing cell) الموجودة في النافذة Solver parameter ثم نطبع C4:B4 في الخلية By changing cell كما موضح في الشكل (4).



شكل (4) تحديد الخلايا المتغيرة

المصدر/ اعداد الباحث

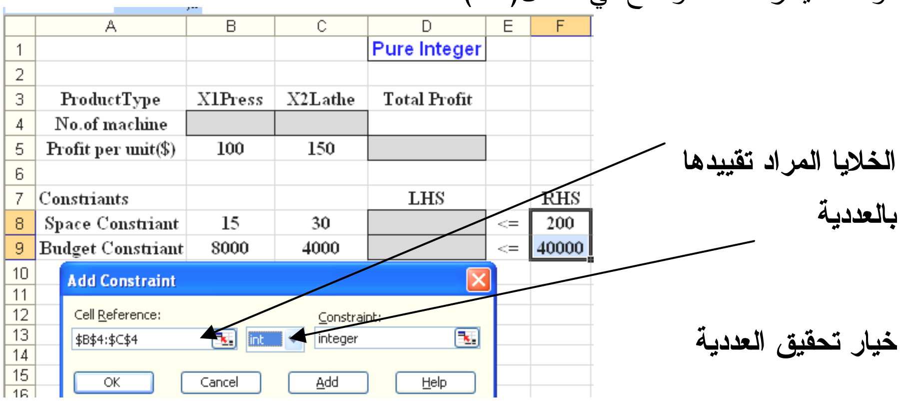
e) اضافة قيود النموذج

في هذه الخطوة سنقوم باضافة جميع قيود النموذج الرياضي للبرمجه العدديه، نبدأ باضافة قيد عدم السالبية وتحقيق العددية والممثل بالخلية المرجع (C4:B4) من خلال الخطوات الاتية:

➢ من النافذة Solver parameter نختار الخيار Add فتظهر النافذة Add constraint .

➢ من نافذة Add constraint نطبع بالخلية (Cell Reference) مراجع الخلايا التي نريدها تكون مقيدة، نبدأ بطباعة الخلية التي تمثل قيم متغيرات القرار ($C$4:$B$4) وبنفس الوقت نريد تحقيق عددية هذه القيم نذهب الى خانة اختيار المتباينات ونختار (int) للقيد نلاحظ ظهـــور الكلمـــةinteger مباشـــرة بالمـــستطيل constraint كما موضح في الشكل(5). بعدها ننقر على الزر Add لاضافة بقية القيود.

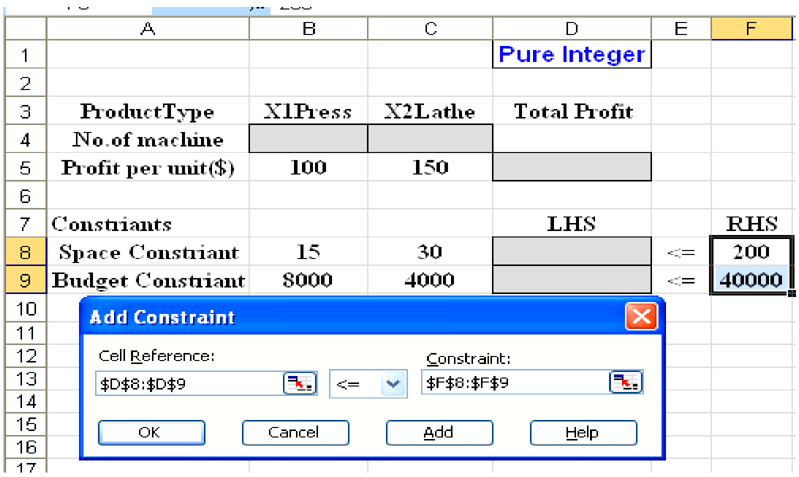
➢ لاضافة بقية قيود النموذج المتمثلة بقيد المساحة وقيد الميزانيـــة الماليـــة نطبـــع بالمـــستطيل (Cell Reference) الموجودة بالنافذة Add constraint ($D$9:$D$8) بعد ذلك من خانة المتباينات نختار المتباينة (<=)ونطبع في المستطيل constraint الموجودة بنفس النافذة نطاق الخلايـــا $F$9:$F$8 التـــي تحتوي على كميات المواد المتيسرة كما موضح في الشكل(6)



شكل(5) ادخال القيود

المصدر/ اعداد الباحث

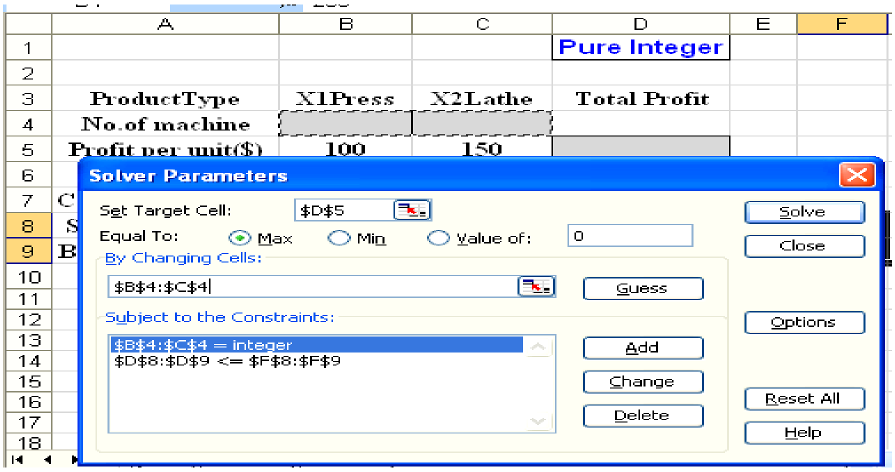
➢ لاضافة بقية قيود النموذج المتمثلة بقيد المساحة وقيـــد الميزانيـــة الماليـــة نطبـــع بالمـــستطيل (Cell Reference) الموجودة بالنافذة Add constraint ($D$9:$D$8) بعد ذلك من خانة المتباينات نختار المتباينة (<=)ونطبع في المستطيل constraint الموجودة بنفس النافذة نطاق الخلايـــا $F$9:$F$8 التـــي تحتوي على كميات المواد المتيسرة كما موضح في الشكل(6)



شكل (6) اكمال ادخال

المصدر/ اعداد الباحث

بعد اكمال عملية ادخال اخر قيد والمتمثلة بالخطوة السابقة نضغط على الزر ok الموجـــود فـــي نافـــذة Add constraint، تظهر نافذة Solver parameter كما موضح في الشكل(7)



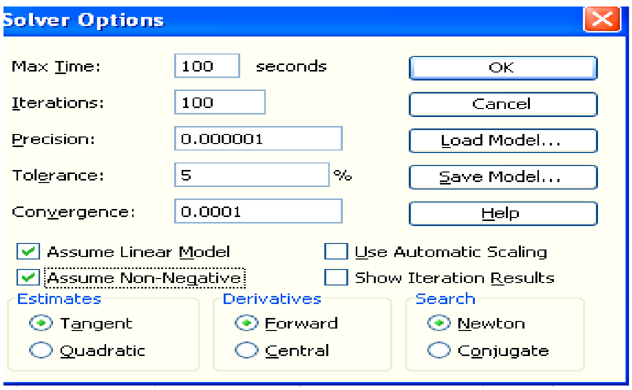
شكل (7) نافذة solver parameter

المصدر / اعداد الباحث

f تحديد خطية النموذج

بما ان النموذج الرياضي للمشكلة هو نموذج برمجة خطية، ومن اجل تطبيق النموذج بصورة صحيحة نعرف خطية النموذج من خلال الخيار Assume linear model وكالاتي:

- نضغط الزر Option الموجود في النافذة Solver parameter تظهر نافذة Solver option كما موضح في الشكل (8)
- من نافذة Solver Option نختار الخيار Assume linear model . والخيار Assume Non-Negative، نضغط الزر ok .

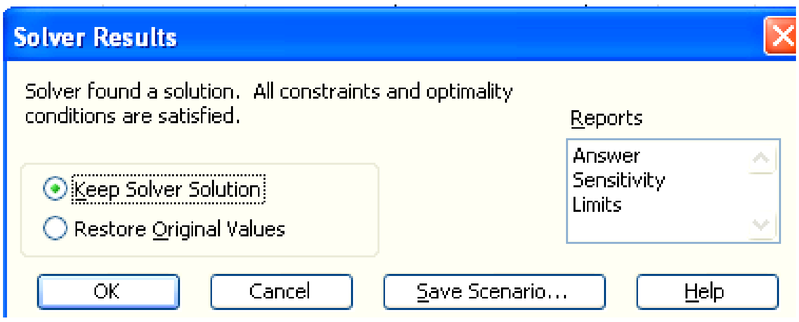


شكل(8) تحديد خطية النموذج

المصدر / اعداد الباحث

g) حل النموذج

بعد اكمال العمليات الستة الماضية ، اصبح الان بالامكان حل النموذج والحصول على النتـائج. بعـد اختيـار Assume linear model والضغط على الزر ok تظهر نافذة Solve parameter مرة اخرى ، مـن هـذه النافذة نضغط على الزر Solve. بعد بضعة ثواني تظهر نافذة Solver Results كما موضح في الشكل (9) .

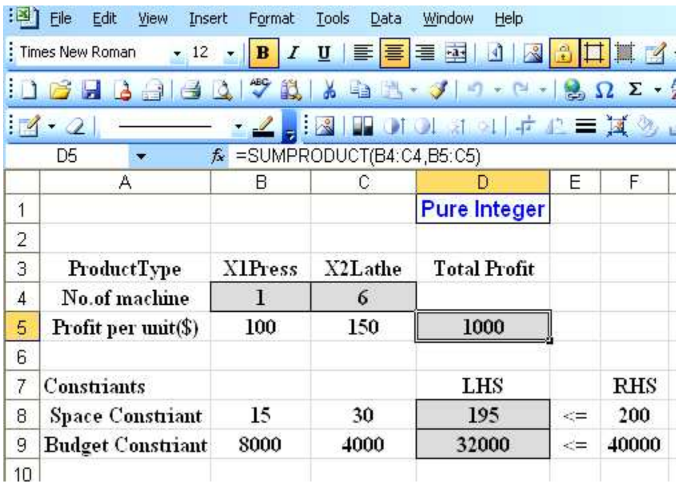


شكل(9) حل النموذج

المصدر / اعداد الباحث

من الشكل (9)، اذا اخترنا الخيار الاول Keep Solve Solution فاننا سوف نحتفظ بالحل الامثل في ورقة اكسل .كما موضح في الشكل (10). اما اذا اخترنا الخيار Restore Original Values فاننا نحصل على القيم الاولية التي ادخلناها في ورقة اكسل.

من خلال الحل العددي الامثل المبين في الشكل(10) فان عدد المكابس الواجب شرائها(X1=1 ،عدد مكـائن الخراطة الواجب شرائها X2=6)، الربح الكلي المتحقق من هذه العملية هو(1000$)


D5 =SUMPRODUCT(B4:C4,B5:C5)

	A	B	C	D	E	F
1				Pure Integer		
2						
3	ProductType	X1Press	X2Lathe	Total Profit		
4	No.of machine	1	6			
5	Profit per unit($)	100	150	1000		
6						
7	Constriants			LHS		RHS
8	Space Constriant	15	30	195	<=	200
9	Budget Constriant	8000	4000	32000	<=	40000
10						

شكل (10) ورقة الحل العددى الامثل

المصدر/ اعداد الباحث

* حالة دراسية (2) لنموذج البرمجة العددية المختلط (Mixed Integer Programming)

مستثمر يمتلك مبلغ مالي مقداره 250000$ ، يريد استثماره في ثلاثة مشاريع مختلفة:المشروع(1) شراء ملكيات مشتركة، المشروع(2) شراء اراضي، المشروع(3) شراء سندات محلية.المستثمر يريد الحـــصول على اكبر عائد ممكن من هذه المشاريع الثلاثة بعد مرور سنة كاملة على الاستثمار،كلفة كل ملكيـــة مـــشتركة 50000$ وتعطي عائد مقداره 9000$ اذا تم بيعهابعد مرور سنة، كلفة كل اكر acre[1] مـــن الارض 12000$ ويعطي عائد مقداره 1500$ اذا تم بيعه بعد مرورسنة واحدة، كلفة كل سند محلي 8000$ ويعطي عائد مقداره 1000$ اذا تم بيعه بعد مرور سنة واحدة .اضافة لذلك فان المستثمر لايستطيع شراء اكثـــر مـــن 4 ملكيـــات مشتركة، 15 اكر من الارض، و 20 سند محلي.**المطلوب بناء نموذج البرمجة العددية المختلط(MIP) لتحديد عدد كل نوع من المشاريع الثلاثة الذي يحقق اعلى الاربـــاح الممكنـــة. المـــصدر** (Bernard W. Taylor" **Introduction to management science**", Ninth Edition Virginia Polytechnic Institute and State University.publisher:Prentice Hall 2006)

لصياغة وحل نموذج البرمجة العددية المختلط، علما ان خطوات حل هذا النموذج في برنامج اكسل هي نفس الخطوات المتبعة في الفقرة (4) ماعدا هناك فرق في تحديد المتغيرات العددية والمتغيرات المـــستمرة، لذلك سنكتفي بالاشارة الى النوافذ المختلفة للاداة Solver والتي تبين خطوات الحل .

في البداية نكتب الصيغة الرياضية العامة لنموذج البرمجة العددية المختلط

$$\textbf{Maximize or Minimize } Z=\sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

Subject to:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le, =, \ge b_i \qquad i=1, 2, \ldots, m$$

$$x_j \ge 0 \text{ \& some integer} \qquad j=1,2,\ldots,n$$

يمكن كتابة الصيغة الرياضية للمشكلة

$$\text{Max } Z=9000X_1+1500X_2+1000X_3$$

S.T:

$$5000X_1+12000X_2+8000X_3 \le 250000$$
$$X_1 \le 4$$
$$X_2 \le 15$$
$$X_3 \le 20$$
$$X_1, X_3 \ge 0 \text{ and integer}$$
$$X_2 \ge 0$$

[1] الاكر (acre) وحدة قياس المساحة 1 اكر=4000 م^2

حيث ان :

X_1 =شراء ملكيات مشتركة

X_2= شراء اكر من ارض

X_3= شراء سند محلي

	A	B	C	D	E	F	G
1					Mixed Integer		
2							
3		X1	X2	X3			
4	Decision Var.				Total		
5	Objective Max	9000	1500	1000	0		
6					LHS		RHS
7	Const.1	5000	12000	8000	0	<=	250000
8	Const.2	1			0	<=	4
9	Const.3		1		0	<=	15
10	Const.3			1	0	<=	20

قيمة دالة الهدف

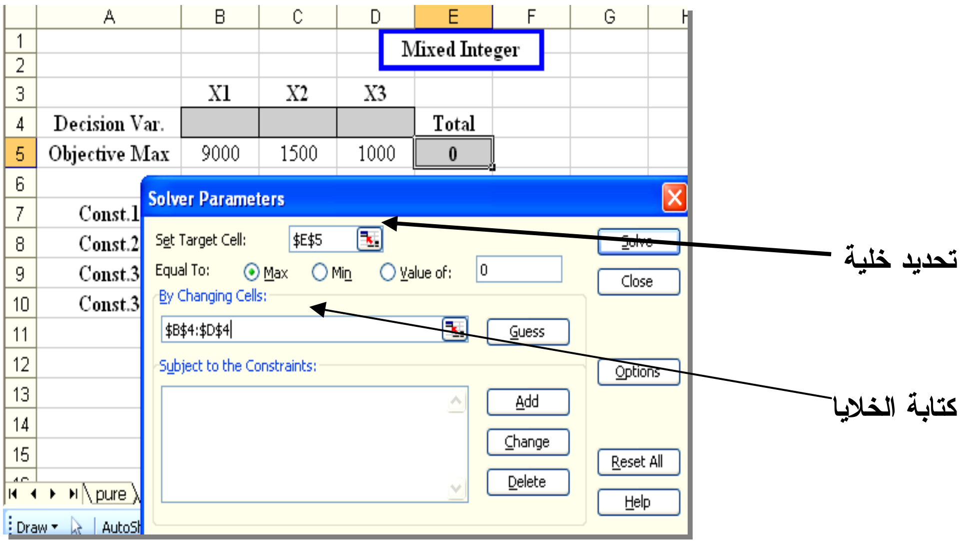
E5=sumproduct(B4:D4,B5:D5)

E7=sumproduct(B7:D7,$B$4:$D$4)(1)كمية المورد المستهلك للقيد
E8=sumproduct(B8:D8,$B$4:$D$4) (2)كمية المورد المستهلك للقيد
E9=sumproduct(B9:D9,$B$4:$D$4) (3)كمية المورد المستهلك للقيد
E10=sumproduct(B10:D10,$B$4:$D$4) (4)كمية المورد المستهلك للقيد

شكل(11) كتابة الصيغةالرياضية لدالة الهدف والقيود

المصدر/ اعداد الباحث

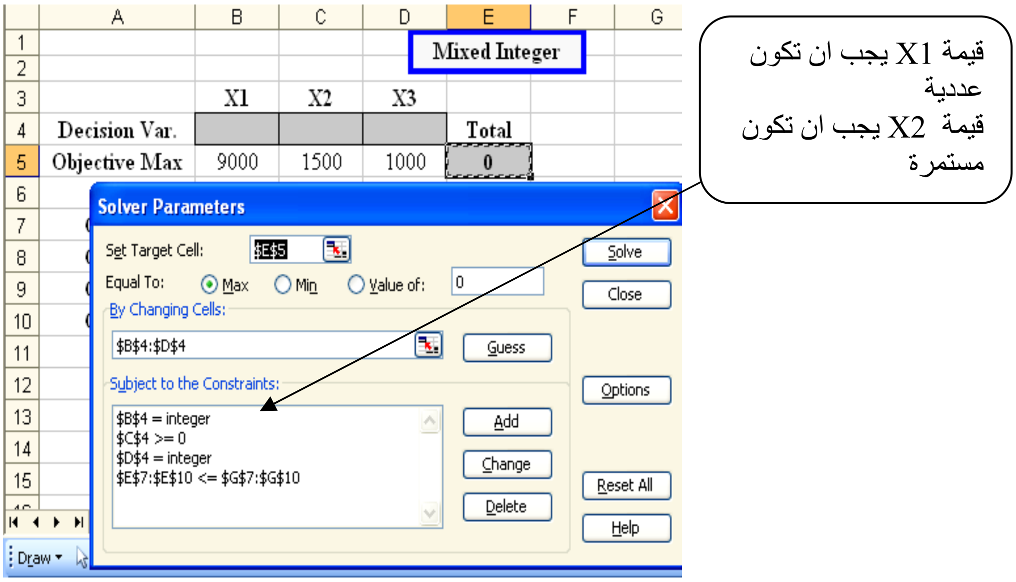
لتحديد خلية الهدف و متغيرات القرار يكون موضح في الشكل(12) وكالاتي



شكل(12) تحددبد خلبة الهدف و الخلايا

المصدر/ اعداد الباحث

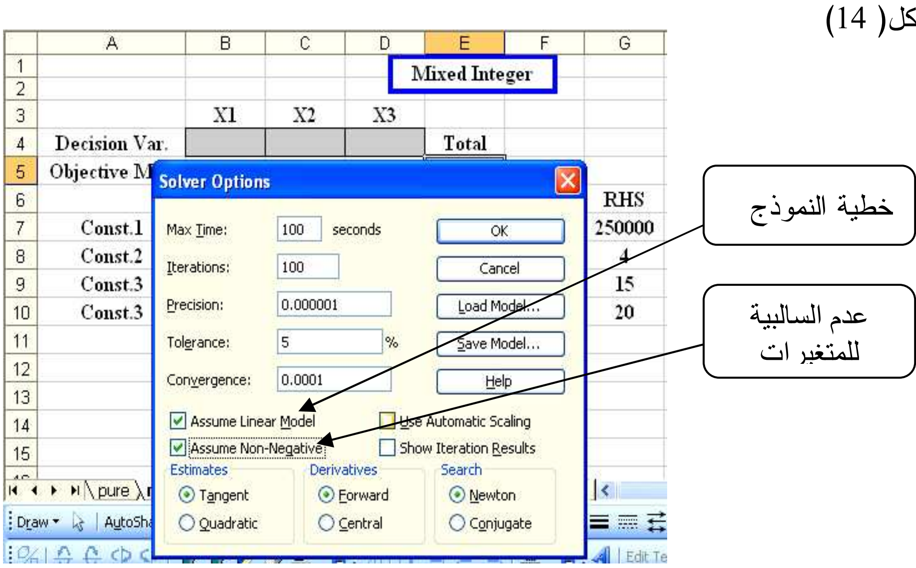
بعد الانتهاء من هذه العملية نبدأ باضافة قيود النموذج العددي المختلط من خلال الضغط علـــى الـــزر Add، كما موضح في الشكل اعلاه(12)



شكل (13) ادخال القيو د

المصدر / اعداد الباحث

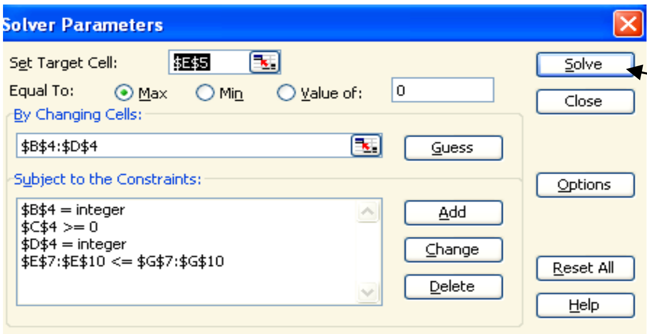
بعد ذلك نضغط على الخيار Option لتحديد خطية النموذج وعدم السالبية لمتغيرات النموذج كمـــا موضح في الشكل(14)



شكل(14) خطية النموذج وعدم السالبية

المصدر/اعداد الباحث

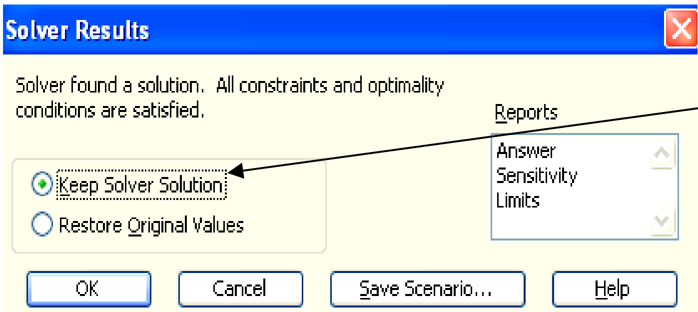
بعدها نضغط الزر Ok الموجود في النافذة Solver Options تظهر نافــذة Solver Parameter كما موضح في الشكل(15).



نضغط الزر Solve للحل،

شكل(15) حل النموذج

المصدر/اعداد الباحث



نحدد الخيار الاول لاظهار النتائج في ورقة اكسل

شكل(16) نافذة خيارات الحل

المصدر/ اعداد الباحث

من الشكل(17) والذي يبين الحل العددي المختلط الامثل نلاحظ ان على المستثمر، **شراء 4 ملكيات مــشتركة، شراء 14.5 اكر من الارض وشراء 7 سندات محلية . العائد السنوي المتحقق من هذه العملية <u>$64750</u>.**

	A	B	C	D	E	F	G
1					Mixed Integer		
2							
3		X1	X2	X3			
4	Decision Var.	4	14.5	7	Total		
5	Objective Max	9000	1500	1000	64750		
6					LHS		RHS
7	Const.1	5000	12000	8000	250000	<=	250000
8	Const.2	1			4	<=	4
9	Const.3		1		14.5	<=	15
10	Const.3			1	7	<=	20

شكل(17) ورقة الحل الامثل

المصدر/ اعداد الباحث

* حالة دراسية (3) لنموذج البرمجة العددية الثنائية Binary Integer Programming BIP

ادارة مدينة معينة تريد اتخاذ قرار بخصوص انشاء اماكن للاستجمام في مدينتهم، تم اقتــراح انــشاء اربعة اماكن استجمام (حوض سباحة،مركز للتنس،ميدان للرياضة وقاعة العاب رياضية). ادارة المدينـــة تريـــد انشاء هذه الاماكن بحيث تستوعب اكبر عدد من الناس المقيمين داخل المدينة خاضـــعة الـــى مـــساحة الارض مقاسةبـــ(الاكر) والكلفة بـــ(الدولار الامريكي)، الجدول ادناه يبين البيانات الاساسية

جدول(2) البيانات الاساسية للحالة الدراسية (3)

اماكن الاستجمام	العدد المتوقع من الناس المقيمين	الكلفة	متطلبات المساحة
حوض السباحة	300	35000	4
مركز للتنس	90	10000	2
ميدان للرياضة	400	25000	7
قاعة العاب رياضية	150	9000	3

المصدر/

(Bernard W. Taylor" Introduction to management science", Ninth Edition Virginia Polytechnic Institute and State University.publisher:Prentice Hall 2006**)**

ادارة المدينة خصصت ميزانية مالية مقدارها 120000 $ ومساحة ارض قدرها (12) اكر، اذا علمت ان الادارة تريد انشاء اما حوض السباحة او مركز التنس في نفس الجزء من الارض اي ان واحد فقط يجب انشاؤه . هدف ادارة المدينة هو معرفة ما هي اماكن الاستجمام التي يجب انشاها من اجل ترفيه اكبر عدد ممكن من المقيمين داخل المدينة. **المطلوب : بناء نموذج رياضي للمشكلة باستخدام البرمجة العددية الثنائية(BIP)** .

. المـــــــصدر: (Bernard W. Taylor" Introduction to management science", Ninth Edition Virginia Polytechnic Institute and State University.publisher:Prentice Hall 2006**)**

قبل البدء بكتابة الصيغة الرياضية الخاصة بالمشكلة اعلاه، نكتب الصيغة الرياضية العامة لنموذج البرمجة العددية الثنائية .

$$\textbf{Maximize or Minimize } Z=\sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

Subject to:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq, =, \geq b_i \qquad i=1, 2,\ldots, m$$

$$X_j=0 \text{ or } 1 \qquad j=1,2,\ldots,n$$

الصيغة الرياضية للمشكلة تكون بالشكل الاتي :

Max $Z=300X_1+90X_2+400X_3+150X_4$

S.T:

$$35000X_1+10000X_2+25000X_3+9000X_4 \leq 120000$$

$$4X_1+2X_2+7X_3+3X_4 \leq 12$$

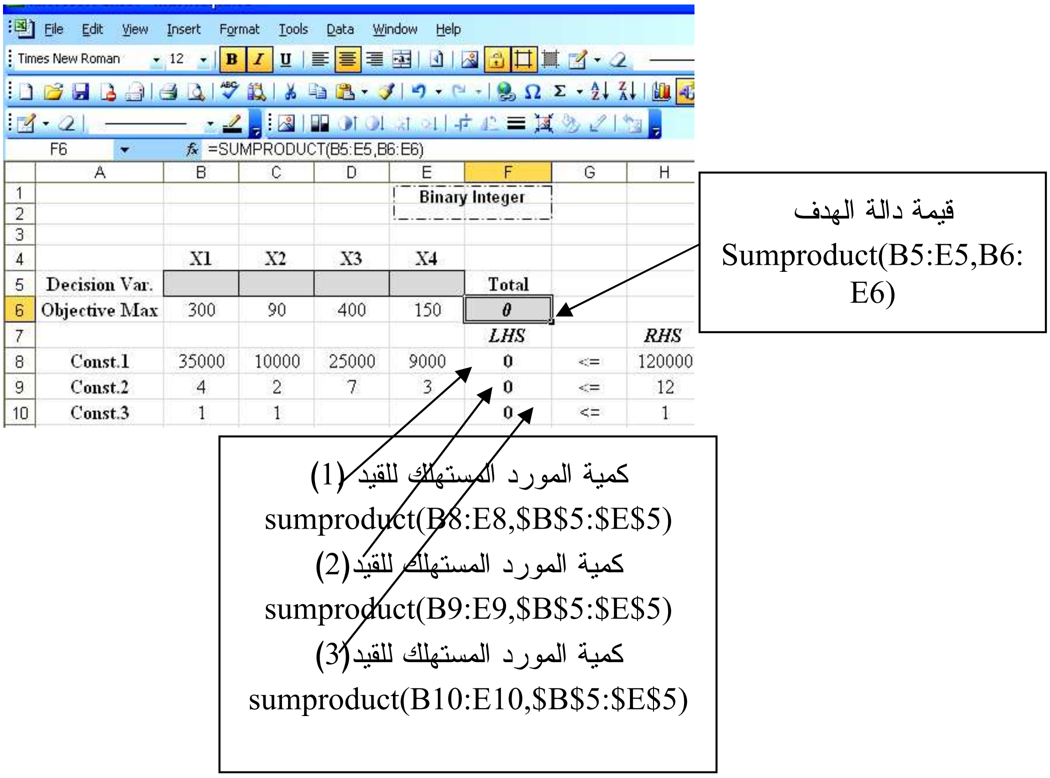
$$X_1 + \quad X_2 \quad \leq 1$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4 = 0 \text{ or } 1$$

حيث ان

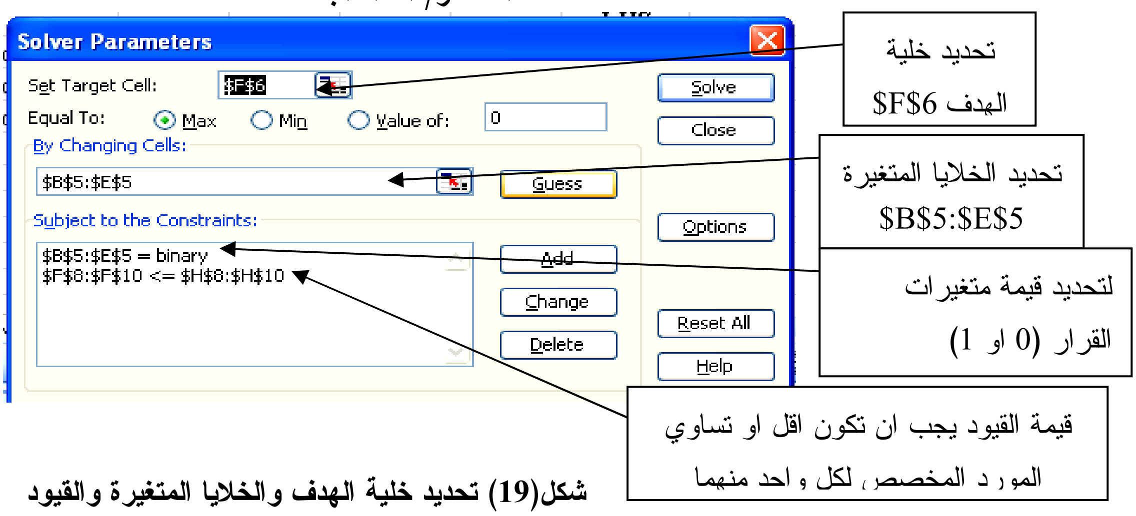
X_1 =انشاء حوض للسباحة ، X_2 = انشاء مركز للتنس، X_3 = انشاء ميدان للرياضة، X_4 = انشاء قاعة للالعاب الرياضية

الاشكال الاتية توضح كيفية ايجاد الحل العددي الثنائي للمشكلة من خلال برنامج اكسل.



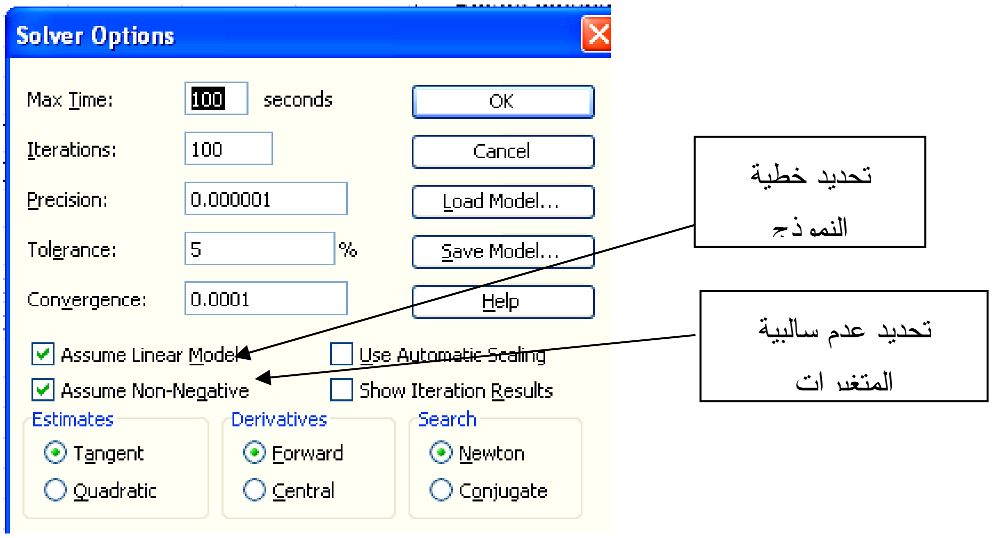
شكل(18) كتابة الصيغة الرياضية لدالة الهدف والقيود

المصدر / اعداد الباحث



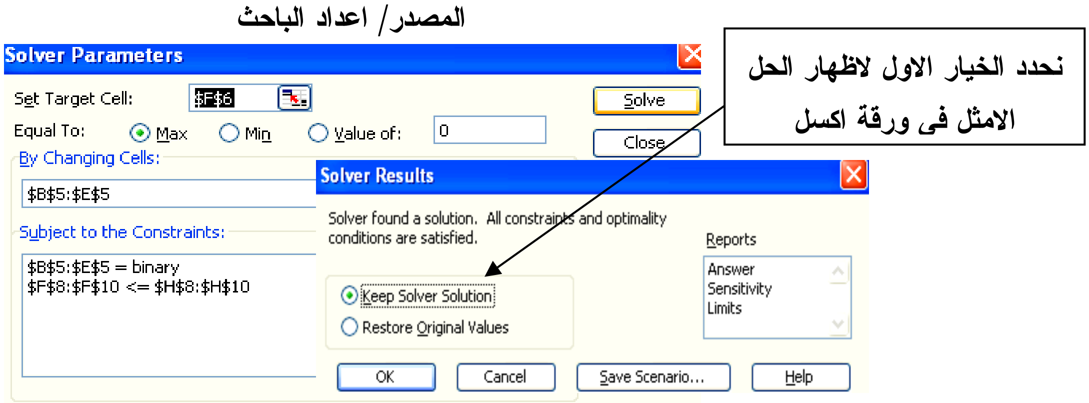
شكل(19) تحديد خلية الهدف والخلايا المتغيرة والقيود

المصدر/اعداد الباحث



شكل(20) تحديد خطية النموذج وعدم السالبية للمتغيرات

المصدر / اعداد الباحث



شكل(21) حل النموذج

المصدر / اعداد الباحث

	A	B	C	D	E	F	G	H
1					Binary Integer			
2								
3								
4		X1	X2	X3	X4			
5	Decision Var.	1	0	1	0	Total		
6	Objective Max	300	90	400	150	*700*		
7						*LHS*		*RHS*
8	Const.1	35000	10000	25000	9000	60000	<=	120000
9	Const.2	4	2	7	3	11	<=	12
10	Const.3	1	1			1	<=	1
11								

شكل(22) ورقة الحل الامثل لنموذج البرمجة العددية الثنائية

المصدر / اعداد الباحث

ورقة الحل العددي الثنائي الامثل الذي يبين انه على ادارة المدينة انشاء فقط حوض للسباحة X1=1و ميدان للرياضة X3=1 محققة بذلك ترفيه 700 شخص كحد اعلى من المقيمين في المدينة.

5- الكلفة الثابتة Fixed Cost

ان دالة الهدف لنماذج البرمجة العددية هي اما تعظيم الارباح اوتقليل التكاليف اصبح من الضروري الافتراض بان هناك تكاليف ثابتة دائما تحدث لذلك فان هذه التكاليف يجب ادخالها ضمن صياغة النموذج الرياضي للمشكلة .تتضمن التكالبف الثابتة تكاليف(تهيئة الخط الانتاجي، بناء محطة عمل جديدة ...الخ)، وتمتاز هذه التكاليف بانها تكون مستقلة عن حجم الانتاج . **(John A. Lawrence & others,1998:182)**

في البرمجة العددية الثنائية المختلطة المتغيرات الثنائية تستخدم في الصياغة الرياضية للتكاليف الثابتة للنموذج الخطي وكما موضح في المثال الاتي.

*حالة دراسية (4) نموذج البرمجة العددية الثنائية المختلطة

اصحاب ثلاثة مزارع لانتاج محصول البطاطا يرغبون بشحن هذا المنتج من مزارعهم الثلاثة الـــى اثنين من مراكز الطلب محققين بذلك ادنى تكاليف الشحن اذا علمت ان لكل مركز طلب طاقـة طلـب معينــة وكذلك لكل مزرعة طاقة انتاج معينة وفيما يلي البيانات الاساسية للمشكلة: المصدر : (John A. Lawrence & others " Applied management science " john wiley & sons,Inc.1998)

جدول (3)البيانات الخاصة بالكلفة السنوية الثابتة والحصاد السنوي المتوقع لكل مزرعة

المزارع	1	2	3
الكلفة الثابتة السنوية($1000)	405	390	450
الحصاد السنوي المتوقع(1000طن)	11.2	10.5	12.8

(John A. Lawrence & others " Applied management science " john wiley & sons,Inc.1998)

جدول (4) بيانات طاقة مراكز الطلب

مراكز الطلب	A	B
طاقة الطلب (1000طن)	12	10

(John A. Lawrence & others " Applied management science " john wiley & sons,Inc.1998)

جدول(5) كلفة النقل للطن الواحد من كل مزرعة الى كل مركز طلب

المزارع/ مراكز الطلب	A	B
1	18	15
2	13	10
3	16	14

(John A. Lawrence & others " Applied management science " john wiley & sons,Inc.1998)

في مثل هذه الحالة تكون الصيغة الرياضية العامة بالشكل الاتي:

Yi=0 اذا لم يتم اختيار المصدر i

1 اذا تم اختيار المصدر i

X_{ij}= الكميات المشحونة من المصدر i الى مركز الطلب j $\quad i=1,2,\ldots,m$

$j=1,2,\ldots,n$

$$Min\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}C_{ij}X_{ij}+\sum_{i=1}^{m}FiYi$$

$$S.T:\sum_{i=1}^{m}X_{ij}=d_j$$

$$\sum_{j=1}^{n}X_{ij}-Yi(\sum_{j=1}^{n}d_j)\le 0$$

$$X_{ij}\ge 0 \qquad i=1,2,\ldots,m \qquad j=1,2,\ldots,n$$

$$Yi=0 or 1$$

حيث ان :

X_{ij}=الكمية المنقولة من المصدر i الى الموقع j

fi= الكلفة الثابتة للمصدر i

C_{ij}= كلفة نقل الوحدة الواحدة من المصدر i الى الموقع j

dj= الطلب للموقع j

Yi=0 اذا لم يتم اختيار المزرعة **i** ، 1 اذا تم اختيار المزرعة **i** $\quad$ **i=1,2,3**

X_{ij}=كميات البطاطا المشحونة من المزرعة **i** الى مركز الطلب **j** $\quad$ **j=A,B,**

$$\textbf{Minimize } Z = 18x_1A + 15x_{1B} + 13x_{2A} + 10x_{2B} + 16x_{3A} + 14x_{3B} + 405_{Y1} + 390_{Y2} + 450_{Y3}$$

Subject to:

قيود الكميات المنقولة من كل مزرعة الى كل مركز طلب يجب ان تساوي طاقة الحصاد السنوية المتوقعة لكل مزرعة.

$$x_{1A} + x_{1B} - 11.2_{Y1} \le 0$$
$$x_{2A} + x_{2B} - 10.5_{Y2} \le 0$$
$$x_{3A} + x_{3B} - 12.8_{Y3} \le 0$$

قيود كمية البطاطا المشحونة من جميع المزارع الى كل مركز طلب

$$x_{1A} + x_{2A} + x_{3A} = 12$$
$$x_{1B} + x_{2B} + x_{3B} = 10$$

$$x_{ij} \geq 0 \qquad y_i = 0 \text{ or } 1$$

بعد اكمال الصياغة الرياضية للمشكلة اعلاه، نجد الحل العددي الامثل من خلال النوافذ الاتية للاداة Solver

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1		X1A	X1B	X2A	X2B	X3A	X3B	Y1	Y2	Y3			
2	Decision Var.										TOTAL		
3	Min Z =	18	15	13	10	16	14	405	390	450			
4	Constriants										LHS	SIGN	RHS
5		1	1					-11.2				≤	0
6				1	1				-10.5			≤	0
7						1	1			-12.8		≤	0
8		1		1		1						=	12
9			1		1		1					=	10
10													

شكل (23) ادخال البيانات الاساسية

المصدر/ اعداد الباحث

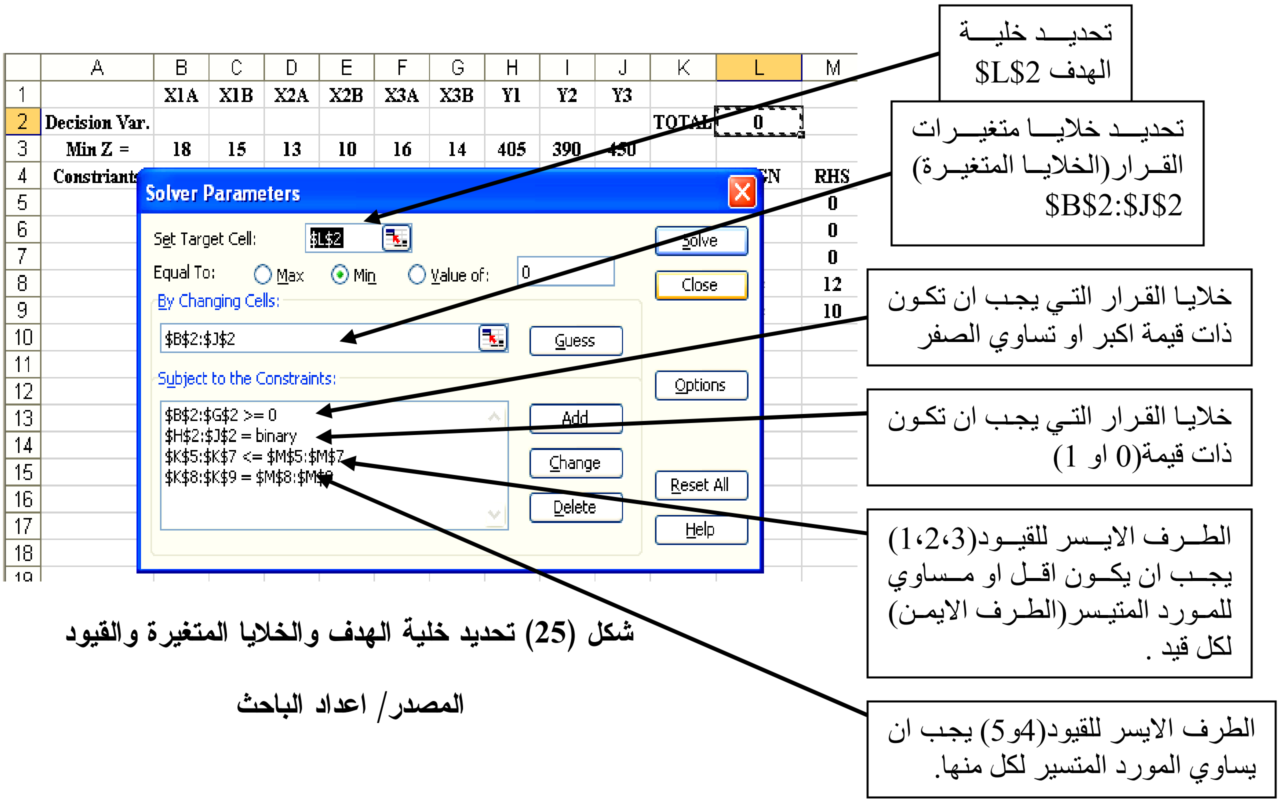
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1		X1A	X1B	X2A	X2B	X3A	X3B	Y1	Y2	Y3			
2	Decision Var.										TOTAL	0	
3	Min Z =	18	15	13	10	16	14	405	390	450			
4	Constriants										LHS	SIGN	RHS
5		1	1					-11.2			0	≤	0
6				1	1				-10.5		0	≤	0
7						1	1			-12.8	0	≤	0
8		1		1		1					0	=	12
9			1		1		1				0	=	10

قيمة دالة الهدف
=SUMPRODUCT(B2:J2,B3:J3)

=SUMPRODUCT(B5:J5,$B$2:$J$2) (1)كمية المورد المستهلك للقيد
=SUMPRODUCT(B6:J6,$B$2:$J$2)(2) كمية المورد المستهلك للقيد
=SUMPRODUCT(B7:J7,$B$2:$J$2)(3)كمية المورد المستهلك للقيد
=SUMPRODUCT(B8:J8,$B$2:$J$2)(4)كمية المورد المستهلك للقيد
=SUMPRODUCT(B9:J9,$B$2:$J$2) (5)كمية المورد المستهلك للقيد

شكل(24) كتابة الصيغة الرياضية لدالة الهدف والقيود

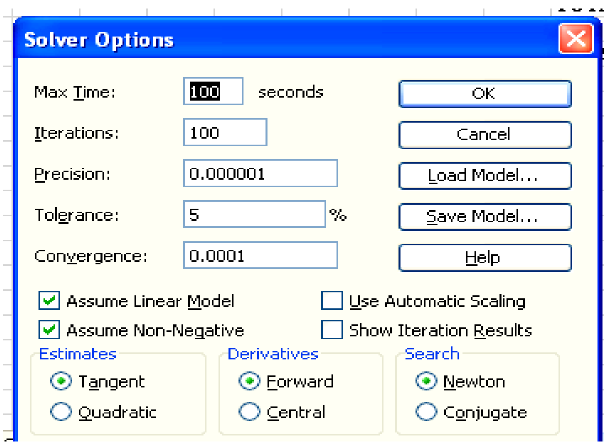
المصدر/ اعداد الباحث



شكل (25) تحديد خلية الهدف والخلايا المتغيرة والقيود

المصدر / اعداد الباحث

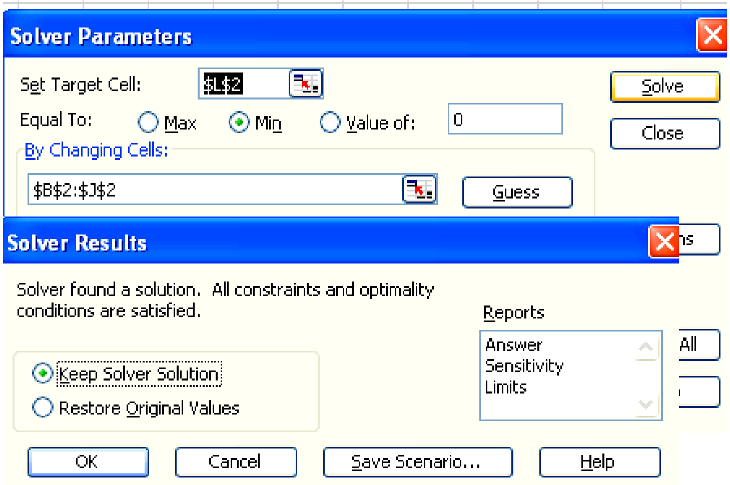
بعد هذا نحدد خطية النموذج وعدم السالبية للقيود، كما موضح في الشكل (26)



شكل(26) تحديد خطية النموذج وعدم السالبية

المصدر/اعداد الباحث

نضغط على الخيار ok في النافذة (Solver Options) تظهر نافذة Solver Parameters ، نضغط على الزر Solve لبدء عملية ايجاد الحل الامثل كما موضح في الشكل (27)



شكل(27) حل النموذج

المصدر/ اعداد الباحث

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1		X1A	X1B	X2A	X2B	X3A	X3B	Y1	Y2	Y3			
2	Decision Var.	0	0	0.5	10	11.5	0	0	1	1	TOTAL	1130.5	
3	Min Z =	18	15	13	10	16	14	405	390	450			
4	Constriants										LHS	SIGN	RHS
5		1	1					-11.2			0	≤	0
6				1	1				-10.5		-2E-15	≤	0
7						1	1			-12.8	-1.3	≤	0
8		1		1		1					12	=	12
9			1		1		1				10	=	10

pure / mixed integer / binary / mixbinary

شكل(28) ورقة الحل الامثل لنموذج البرمجة العددية الثنائية المختلطة

المصدر/ اعداد الباحث

ورقة الحل الامثل تبين الاتي :

نقل كمية تساوي 500 طن من المزرعة الثانية الى مركز الطلب A.

نقل كمية تساوي 10000 طن من المزرعة الثانية الى مركز الطلب B .

نقل كمية تساوي 11500 طن من المزرعة الثالثة الى مركز الطلب A.

الغاء النقل والتجهيز من المزرعة الاولى Y1=0.

الكلفة الكلية للنقل =1130.5 $.

6- الاستنتاجات والتوصيات Conclusions and Recommendations

1-6 الاستنتاجات Conclusions

الهدف الرئيسي من هذا البحث هو اظهار الدور المهم والفعال للجداول الالكترونية في حل نمـــاذج البرمجة العددية المختلفة من خلال كل حالة دراسية خاصة بنموذج معين وذلك باســتخدام الاداة Solver فـــي برنامج اكسل، حيث تمتاز هذه الجداول بالامكانية العالية في استيعاب نماذج البرمجة الرياضية التي تحتوي على عدد كبير من متغيرات القرار والقيود، حيث ان ورقة العمل في برنامج اكسل تتكون من 2^{16} سطر و 2^{8} عمود او اقل وهذا يعتمد على حجم ذاكرة الحاسوب المستخدم . كما ان سهولة التعامل مع الجداول الالكترونيـــة لـــم يجعلها حكرا على اصحاب الاختصاص حيث اصبح من المتيسر على غير الاختصاصيين بالبرمجـــة التعامـــل معها واستخدامها في ايجاد الحل للنماذج الرياضية.

2-6 التوصيات Recommendations

نوصي الباحثين وطلبة الدراسات العليا من ذوي الاختصاص والمهتمين بمجالات بحوث العمليـــات الى ضرورة التعامل مع برنامج اكسل والاداة solver في حل النماذج الرياضية، كما نوصي بضرورة دراســـة نماذج البرمجة العددية المختلفة لما لها من دور اساسي في تسهيل صياغة مشاكل البرمجة الرياضية وبالتـــالي الوصول الى الامثلية .

المصادر

- المصادر العربية Arabic References

1- بتال، احمد حسين " **صياغة وحل نماذج البرمجة الخطية باستخدام برنامج الجـــداول الالكترونيـــة**" مجلـــة المعارف ، العدد 5 لسنة 2006.

2- بري، د. عدنان ماجد "**اساسيات اكسل مع تطبيقات فـــي الاحـــصاء وبحـــوث العمليـــات**" جامعـــة الملـــك سعود2005.

3- عادل، د.مازن بكر واخرون " بحوث العمليات للادارة الهندسية" مديرية دار الكتب للطباعة والنشر 1986

4- نور، د.حامد سعد "**بحوث العمليات مفهوما وتطبيقا**" مكتبة الذاكرة بغداد الطبعة الاولى 2010.

- English References

1-Andrew J. Mason "**Solving linear programs using Microsoft Excel solver**" University of Auckland 2007

2-Bernard W. Taylor" **Introduction to management science**", Virginia Polytechnic Institute and State University.publisher:Prentice Hall. Ninth Edition 2006

3-Bronson, Richard "**schaum's OutLine Series Theory and Applications of Operations Research**" McCraw-Hill Book Company 1982

4- **John A. Lawrence & others " Applied management science " john wiley & sons,Inc.1998**

5-Meissner,Joern" **An introduction to spreadsheet optimization using excel solver**"Lancaster University 2009.

6-Taha,Hamdy A . "**Operations Research An Introduction**" Prentice-Hall, Inc eighth edition. 2007.